

Skrivningskod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 1B, on 14 november 2007, 13.15–14.15,
i SF1610 Diskret matematik för IT2.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

a) 153 är ett primtal.

b) Om p är ett primtal och p delar produkten ab så delar p minst ett av de hela talen a och b

c) Ringen Z_{13} innehåller 11 inverterbara element.

d) $(A \cap B)^c \cap (A^c \cup B^c) = \emptyset$.

e) Varje **injektion** $f : \{1, 2, 4\} \rightarrow \{2, 4, 6\}$ är också en **bijektion**.

f) De rationella talen är inte en uppräknelig mängd.

sant	falskt
	x
x	
	x
	x
x	
	x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $A = \{\emptyset, 1\}$ och $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ange antalet element i $A \times B$.

SVAR: 4

b) (1p) Ange ett element x i ringen Z_9 sådant att $x + 7 = 5$.

SVAR: 7

c) (1p) Ange en surjektiv funktion från $A = \{a, b, c, d\}$ till $B = \{a, b, c\}$.

SVAR: $f(a) = a, f(b) = b, f(c) = c, f(d) = c$.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Avgör om 32 är **inverterbart** i \mathbb{Z}_{149} . Om det är det, bestäm inversen.

LÖSNING: Euklides algoritm ger

$$149 = 5 \cdot 32 - 11$$

$$32 = 3 \cdot 11 - 1$$

Vi ser att 32 är relativt primt till 149 och därför inverterbart. Räkningarna ovan ger nu

$$1 = 3 \cdot 11 - 32 = 3(5 \cdot 32 - 149) - 32 = 14 \cdot 32 - 3 \cdot 149,$$

dvs

$$1 = 14 \cdot 32 - 3 \cdot 149.$$

Vi räknar nu modulo 149 och från ovan får vi

$$14 \cdot 32 \equiv 1 \pmod{149}.$$

SVAR: 14

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Visa att relationen R definierad genom att aRb om 7 delar $a - b$ är en ekvivalensrelation på mängden av hela tal.

LÖSNING:

(i) 7 delar talet 0 så 7 delar $a - a$ för alla a , dvs aRa för alla a . Vi har nu visat

$$aRa \quad \text{för alla } a.$$

(ii) Om aRb så gäller att 7delar $a - b$ dvs $a - b = k \cdot 7$ men då gäller också att 7 delar $b - a$ eftersom $b - a = (-k) \cdot 7$. Vi har nu visat

$$aRb \quad \Rightarrow \quad bRa.$$

(iii) Om aRb och bRc så gäller att 7 delar $a - b$ dvs $a - b = k \cdot 7$ och 7 delar $b - c$ dvs $b - c = k' \cdot 7$ men då gäller också att 7 delar $a - c$ eftersom $a - c = (k + k') \cdot 7$. Vi har nu visat

$$aRb \quad \text{och} \quad bRc \quad \Rightarrow \quad aRc.$$

Egenskaperna (i), (ii) och (iii) visar att R är en ekvivalensrelation.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm den minsta positiva resten vid division av talet 35^{122} med 17.

LÖSNING: Då $35 \equiv 1 \pmod{17}$ får vi att

$$35^{122} \equiv_{17} 1^{122} \equiv_{17} 1.$$