| **Skrivningskod:** Glöm den inte! | | **Om du vill:** Lägg till tre bokstäver. | |
|---|---|---|---|

**KTH Matematik**
Olof Heden

| Σ p | G/U | bonus |
|---|---|---|
| | | |

| Efternamn | förnamn | pnr | årskurs |
|---|---|---|---|
| | | | |

**Lösningar till kontrollskrivning 3A, ons 1 oktober 2008, 09.15–10.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.**

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.** Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

**1)** (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
**Kryssa för** om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

| | | **sant** | **falskt** |
|---|---|---|---|
| **a)** | I varje grupp $G$ och för varje element $a \in G$ gäller att $a^{\lvert G \rvert} = e$, identitetselementet i $G$. | x | |
| **b)** | En produkt av två jämna permutationer är en udda permutation. | | x |
| **c)** | Mängden $H = \{0, 3, 5, 8, 11, 14\}$ utgör en delgrupp till $(Z_{20}, +)$. | | x |
| **d)** | Ordningen av permutationen $\psi = (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)$ är åtta. | | x |
| **e)** | För två sidoklasser till en given delgrupp $H$ till $G$, gäller att de antingen är identiska eller har tomt snitt. | x | |
| **f)** | Varje grupp med 11 element är cyklisk. | x | |

| poäng uppg.1 |
|---|
| |

| Namn | poäng uppg.2 |
|---|---|
| | |

**2a)** (1p) Är permutationen $\varphi = (1\ 3\ 5\ 2)(3\ 6\ 4\ 5)$ en udda eller en jämn permutation.

**SVAR:** Jämn (ty första cykeln har jämn längd och är därför en udda permutation och den andra likaså, och produkten av två udda permutationer är alltid en jämn permutation.)

**b)** (1p) Fyll i nedastående tabell så att det blir en grupptabell.

| $\circ$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
| $b$ | $b$ | $c$ | $d$ | $a$ |
| $c$ | $c$ | $d$ | $a$ | $b$ |
| $d$ | $d$ | $a$ | $b$ | $c$ |

**c)** (1p) Ange en delgrupp med 6 element till den cykliska grupp $G$ med 12 element och som genereras av elementet $a$, dvs

$$G =< a >= \{a, a^2, a^3, \ldots, a^{12} = e\}$$

där $e$ betecknar identitetselementet i $G$.

**SVAR:** $H =< a^2 >= \{a^2, a^4, a^6, a^8, a^{10}, a^{12} = e\}$

| Namn | poäng uppg.3 |
|---|---|
| | |

**3)** (3p) Lös ekvationen $(1\ 2\ 3)x(1\ 2\ 3) = (1)(2)(3)$

**Lösning:** Cykeln $(1\ 2\ 3)$ har ordning tre vilket ger att $(1\ 2\ 3)(1\ 2\ 3)(1\ 2\ 3) = (1)(2)(3)$, och alltså omdelbart

**SVAR:** $x = (1\ 2\ 3)$.

| Namn | poäng uppg.4 |
|---|---|
| | |

**4)** (3p) Betrakra gruppen $G = (Z_{14}, +)$. Bestäm en delgrupp $H$ till $G$ sådan att 5 och 7 tillhör samma sidoklass till $H$ i $G$.

**Lösning:** Låt $H = G$ som bara har sig själv som sidoklass.

| Namn | poäng uppg.5 |
|---|---|
| | |

**5)** (3p) Låt $\mathcal{S}_4$ beteckna mängden av permutationer på mängden $\{1,2,3,4\}$. Bestäm en cyklisk delgrupp $H$ till $\mathcal{S}_4$ sådan att $|H| = 4$.

**Lösning:** Fyrcykeln $\varphi = (1\ 2\ 3\ 4)$ har ordning fyra och genererar därför en cyklisk delgrupp med fyra element:

$$H =< \varphi >= \{\varphi, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4\} = \{(1\ 2\ 3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4\ 3\ 2), (1)(2)(3)(4)\}.$$