

Matematiska Institutionen  
KTH

**Läxtal till den 10 oktober 2011 till kursen Diskret Matematik SF1610 för CİNTE.**

**OBS** Läxtalen är frivilliga och om du vill kan du lämna in dina lösningar och få dem rättade.

- Bestäm en komplett matchning i den bipartita graf som består av nodmängderna  $X = \{a_1, a_2, \dots, a_5\}$  och  $Y = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_5\}$  och kanterna

$$E = \{(a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_4), \\ (a_3, b_3), (a_3, b_5), (a_4, b_1), (a_4, b_2), (a_4, b_4), (a_5, b_3)\}.$$

- Visa att om varje pojke i en skola har  $k$  stycken flickor på sin lista och varje flicka finns med på exakt  $k$  stycken listor som pojkarna har, så kan varje pojke hitta en flickvän som han vill vara ihop med.
- Visa att om för varje par av noder  $x$  och  $y$  i en graf  $G$  med  $n$  noder gäller att

$$\delta(x) + \delta(y) \geq n - 1$$

så är grafen sammanhängande.

- Visa att för varje bipartit graf  $G$  med  $n$  noder gäller att

$$e \leq \left(\frac{n}{2}\right)^2.$$

- Hur många noder kan en graf med 28 kanter ha som mest om valensen hos varje nod är minst 3.
- Betrakta en graf  $G$  med nodmängden  $V$  och kantmängden  $E$ . Komplement grafen  $\bar{G}$  till  $G$  har samma nodmängd  $V$  som  $G$  men  $\bar{G}$ 's kantmängd består av de kanter som inte finns i  $E$ , dvs det går en kant mellan noden  $x$  och noden  $y$  i  $\bar{G}$ , precis då kant mellan  $x$  och  $y$  saknas i  $G$ .
  - Antag  $G$  har valenssekvensen  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_v$ . Bestäm valenssekvensen för  $\bar{G}$ .
  - Visa att om en graf  $G$  med  $n$  noder är  $k$ -regulär så gäller att  $\bar{G}$  är  $n - 1 - k$ -regulär.
  - Bestäm alla 5-regulära grafer med 8 noder.
- Visa att om en graf  $G$  är osammanhängande så måste grafens komplement  $\bar{G}$  vara sammanhängande.