Inlämningsuppgift i SF1633 Differentialekvationer I, ht 2010.

Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Betyg

Den inlämnade lösningen skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.

Parametrarna a, b och c i uppgifterna nedan är de tre första nollskilda siffrorna i personnumret hos den person som står överst,

Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

För godkänt krävs att man löst ALLA sex uppgifterna korrekt (bortsett från triviala räknefel). OBSERVERA: Fel på formlerna L4 eller L12 i BETAs Laplacetransformtabeller medför UNDERKÄNT.

1. Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + a^2\, y = U\big(t - b\,\frac{\pi}{2}\big)\, \cos at, \\ y(0) = 2(a+b+c), \\ y'(0) = 4ab, \end{cases}$$

   samt beräkna $y(b\pi)$. $U(t)$ betecknar Heavisides stegfunktion ($= \theta(t)$ i BETA).

2. Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + b^2\, y = b\, \delta(t - b\,\pi), \\ y(0) = a^2 + b^2, \\ y'(0) = a + b + c, \end{cases}$$

   samt beräkna $y(b\,\pi + \pi/2)$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

3. Bestäm den funktion $f(t)$ som uppfyller

$$f(t) = 2a \int_0^t \cos(au) \cdot f(t-u)\, du + (a+b)\, \sin(at) \qquad \text{då} \quad t \geq 0.$$

Vad är $f(0)$?

4. Bestäm den lösning $u(x,y)$ till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial u}{\partial x} = (a+b+c)\, \frac{\partial u}{\partial y} + (b+c)\, u$$

som uppfyller villkoret $u(x,0) = (a+3b+c)\, e^{2x} + (2a+b+c)\, e^{-4x}$.

5. Funktionen $h(x)$ är 2π-periodisk $-$ det vill säga uppfyller $h(x+2\pi) = h(x)$ för alla x $-$ och är lika med

$$\begin{cases} -c + x/a, & \text{då} \quad -\pi < x < 0, \\ c + x/a, & \text{då} \quad 0 < x < \pi, \end{cases}$$

på intervallet $(-\pi, \pi)$. Skissera h:s graf över några perioder, beräkna h:s Fourierserie, samt bestäm Fourierseriens summa för $x = 3\pi/2$ och $x = 3\pi$.

6. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} \text{PDE} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2\, \dfrac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ \text{RV} & u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad t > 0, \\ \text{BV} & u(x,0) = \text{ given funktion}, \quad 0 < x < \pi, \end{cases}$$

i fallen

(a) $u(x,0) = 4(a+b+c)\sin(abcx) + 2abc\sin(3abcx), \quad 0 < x < \pi$,

(b) $u(x,0) = c + x/a, \quad 0 < x < \pi.$

Lycka till!
Hans och Olle.