Svar till några av de övningar till den 10 september som vi ej hann med.

2. Enligt känd formel i läroboken gäller

$$\mathrm{mgm}(a,b) = \frac{a \cdot b}{\mathrm{sgd}(a,b)} \ .$$

Euklides algoritm används nu för beräkning av $\mathrm{sgd}(1189, 1599)$:

$$\begin{aligned} 1599 &= 1189 + 410 \ , \\ 1189 &= 3 \cdot 410 - 41 \ , \\ 410 &= 10 \cdot 41 + 0 \ , \end{aligned}$$

så $\mathrm{sgd}(1599, 1189) = 41$, och alltså

SVAR:

$$\mathrm{mgm}(1599, 1189) = \frac{1189 \cdot 1599}{41} = 1189 \cdot 39 = 46371 \ .$$

5. Vi skall bestämma de heltal x, med $0 \leq x \leq 23$ sådana att

$$14x = 20 + 24k \ ,$$

eller förenklat

$$7x = 10 + 12k \ .$$

Denna diofantiska ekvation löses med hjälp av Euklides algoritm:

$$\begin{aligned} 12 &= 2 \cdot 7 - 2 \ , \\ 7 &= 3 \cdot 2 + 1 \ , \end{aligned}$$

varur

$$1 = 7 - 3 \cdot 2 = 7 - 3(2 \cdot 7 - 12) = -5 \cdot 7 + 3 \cdot 12 \ ,$$

Så, multiplikation med 10 ger

$$-50 \cdot 7 + 30 \cdot 12 = 10 \ .$$

Övriga lösningar ges av

$$(-50 + 12k) \cdot 7 + (30 - 7k) \cdot 12 = 10 \ ,$$

där k är ett heltal, vilket som helst. Så vi söker de heltal k sådana att

$$0 \leq -50 + 12k \leq 23 \ ,$$

och finner $k = 5$, och $k = 6$, dvs

SVAR $x = 10$ eller 22.

8. Bevis

$$A \cap B = C \qquad \Longrightarrow \qquad C \subseteq A \quad \text{och} \quad C \subseteq B \ .$$

Men

$$C \subseteq B \qquad \Longrightarrow \qquad A = B \cup C = B \ ,$$

men då måste

$$C = A \cap B = A \ .$$