Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kompletteringskurs till Linjär algebra, 5B1110, onsdagen den 11 januari 2006 klockan 08.00-11.00.

Tillåtna hjälpmedel: INGA HJÄLPMEDEL ÄR TILLÅTNA.

Gränser: 9 poäng ger betyget tre, 13 poäng ger betyget fyra och 17 poäng ger betyget fem.

PROBLEM

1. (4p) Bestäm rangen för matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. (4p) Bestäm en ortogonalbas i det delrum till R^4 som spänns upp av vektorerna $(1,1,1,1)$, $(1,1,1,-1)$ och $(1,1,0,0)$.

3. (4p) Visa att

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3 = 2n^4 - n^2$$

för $n = 1, 2, 3, \ldots$.

4. (4p) Spåret till en $(n \times n)$-matris $A = (a_{i,j})$ defineras som summan av diagonalelementen; $\mathrm{Tr}(A) = a_{1,1} + a_{2,2} + \cdots + a_{n,n}$. Vi har en linjär avbildning

$$\mathrm{Tr} : M_{n,n} \to \mathbf{R}$$

från vektorrummet av $(n \times n)$-matriser till de reella talen som skickar en matris A till dess spår. Bestäm dimensionen till kärnan av Tr.

5. (4p) För den linjära avbildningen $A : R^3 \to R^3$ gäller att att vektorerna $(1,2,1)$, $(2,1,0)$ och $(-1,2,1)$ är egenvektorer till A. Dessutom vet man att $A(8,-2,-2) = (14,4,0)$. Bestäm $A(2,1,2)$.