Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kompletteringskurs till Linjär algebra , 5B1110, fredagen den 9 januari 2004 klockan 08.00-11.00.

Tillåtna hjälpmedel: INGA HJÄLPMEDEL ÄR TILLÅTNA.

Gränser: 9 poäng ger betyget tre, 13 poäng ger betyget fyra och 17 poäng ger betyget fem.

PROBLEM

1. (4p) Visa att

$$1 + 4 + 7 + \ldots + (1 + 3n) = \frac{2 + 5n + 3n^2}{2},$$

för alla naturliga tal $n \geq 0$.

2. (4p) Låt $p(x) = 1 + x$ och avbildningen $T : P_1 \to P_1$ vara sådan att

$$T(q) = \text{proj}_p q,$$

där P_1 betecknar mängden av alla polynom av grad högst 1. Bestäm matrisavbildningen för T i basen $B = \{1, x\}$.

3. Låt U vara ett delrum av ett vektorrum V.
a) (2p) Definiera vad som menas med det ortogonala komplementet till U i V.
b) (2p) Låt $V = R^4$ och U det linjära höljet av vektorerna $(1, 0, 0, 1)$ och $(0, 2, 0, 1)$. Bestäm det ortogonala komplementet till U i V.

4. (4p) Bestäm i R^5 med standardskalärprodukten en ortonormerad bas för det delrum som spänns upp av vektorerna $(1, 1, -1, 2, 3)$, $(2, 3, 1, 3, 2)$ och $(3, 1, 0, -3, 2)$.

5. Låt V vara ett vektorrum med inre produkt (skalärprodukt) $< u, v >$ för $u, v \in V$. Antag att $< x_1, y >=< x_2, y >$ för alla $y \in V$.
a) (2p) Visa att $x_1 - x_2$ är ortogonal mot varje vektor i V.
b) (2p) Visa att $x_1 = x_2$.