Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar på inre produktrum inför lappskrivning nummer 4 på kursen Linjär algebra för D, SF1604 , vt 11.

1. Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

2. Betrakta R^4 med den inre produkten

$$< (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid (y_1, y_2, y_3, y_4) >= x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4.$$

   Bestäm en ortogonalbas till $L = span\{(1, 1, 2, 1), (2, 1, -1, -2), (1, 1, 1, 1)\}$ samt utvidga denna bas till en ortogonalbas för hela R^4. Använd sedan den ortogonalbas du fann för L för attt bestämma ortogonala projektionen av vektorn $(1, 2, 1, 1)$ på L.

3. Betrakta R^4. Bestäm (ortogonala) projektionen av vektorn $(1, 2, 2, 3)$ på delrummet

$$span\{(1, 2, 1, 2), (1, 1, 2, 2)\}$$

   till R^4. (Standardskalärprodukt.)

4. Betrakta inreproduktrummet $C[-1, 1]$ bestående av alla kontinuerliga funktioner och med den inre produkten

$$(f(t) \mid g(t)) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(t)g(t)\mathrm{dt}\ .$$

   Bestäm $||1 - t||$ och $||1 + t||$ samt vinkeln mellan funktionerna $1 + t$ och $1 - t$.

---

5. Bestäm ortogonala komplementet till lösningsrummet till följande system:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

6. Betrakar R^3. Visa att produktbildningen

$$< (x_1, x_2, x_3) \mid (y_1, y_2, y_3) >= x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2 + 7x_3y_3$$

   inte är någon inre produkt på R^3.

7. Låt P_2 vara rummet av polynom av grad högst två och med den inre produkten

$$< p(t), q(t) >= \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$

   Bestäm en ortogonal bas i P_2.

8. Betrakta R^3 och bestäm en inre produkt i R^3 sådan att vektorerna $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$ och $(0, 0, 1)$ bildar en ON-bas i det inreproduktrum som den inre produkten definierar.

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.