

Matematiska Institutionen  
KTH

**Lösningar till lappskrivning nummer 4B till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 23 februari 2010, kl 15.15-15.40.**

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

**OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.**

1. (ON-system) Bestäm projektionen av vektorn  $(1, 1, 2, 2)$  på det delrum  $L$  till  $R^4$  som genereras av vektorerna  $(1, 2, 1, 0)$  och  $(1, -1, 1, 1)$ , dvs  $L = \text{Span}\{(1, 2, 1, 0), (1, -1, 1, 1)\}$ .

**Lösning:** De två generatorerna för  $L$  är ortogonala mot varandra och bildar därför en ortogonalbas för  $L$ . Vi får alltså

$$\begin{aligned} \text{Proj}_L((1, 1, 2, 2)) &= \frac{(1, 1, 2, 2) \cdot (1, 2, 1, 0)}{\|(1, 2, 1, 0)\|^2}(1, 2, 1, 0) + \frac{(1, 1, 2, 2) \cdot (1, -1, 1, 1)}{\|(1, -1, 1, 1)\|^2}(1, -1, 1, 1) = \\ &= \frac{5}{6}(1, 2, 1, 0) + \frac{4}{4}(1, -1, 1, 1) = \frac{1}{6}(11, 4, 11, 6). \end{aligned}$$

**SVAR:**  $\frac{1}{6}(11, 4, 11, 6)$ .

2. Låt  $\bar{e}_1 = (1, 0, 0)$ ,  $\bar{e}_2 = (0, 1, 0)$  och  $\bar{e}_3 = (0, 0, 1)$  beteckna standardbasen i  $R^3$ . Bestäm en bas  $\mathbf{f}$  bestående av basvektorerna  $\bar{f}_1$ ,  $\bar{f}_2$  och  $\bar{f}_3$  för  $R^3$  sådan att

$$\begin{aligned} (3, 2, 1) &= \bar{f}_1 + 2\bar{f}_2, \\ (2, 3, 3) &= \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + 2\bar{f}_3, \\ (1, 2, 1) &= \bar{f}_2 + \bar{f}_3, \end{aligned}$$

dvs  $(3, 2, 1)$  har koordinaterna  $(1, 2, 0)$  i basen  $\mathbf{f}$ ,  $(2, 3, 3)$  har koordinaterna  $(1, 1, 2)$  i basen  $\mathbf{f}$  och  $(1, 2, 1)$  har koordinaterna  $(0, 1, 1)$  i basen  $\mathbf{f}$ .

**Lösning:** Givet är ett ekvationssystem för vektorer som vi löser med sedvanlig Gauss elimination:

$$\begin{aligned} \begin{cases} (3, 2, 1) = \bar{f}_1 + 2\bar{f}_2 \\ (2, 3, 3) = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + 2\bar{f}_3 \\ (1, 2, 1) = \bar{f}_2 + \bar{f}_3 \end{cases} &\sim \begin{cases} (3, 2, 1) = \bar{f}_1 + 2\bar{f}_2 \\ (-1, 1, 2) = -\bar{f}_2 + 2\bar{f}_3 \\ (1, 2, 1) = \bar{f}_2 + \bar{f}_3 \end{cases} \sim \\ &\sim \begin{cases} (3, 1, 3) = \bar{f}_1 + 2\bar{f}_2 \\ (-1, 1, 2) = -\bar{f}_2 + 2\bar{f}_3 \\ (0, 3, 3) = 3\bar{f}_3 \end{cases} \end{aligned}$$

Ur detta system får vi att  $\bar{f}_3 = (0, 1, 1)$ ,  $\bar{f}_2 = (1, 1, 0)$  och  $\bar{f}_1 = (1, 0, 1)$ .