

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2B till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 8 februari 2011, kl 10.15-10.50.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm talen a och b så att vektorn $\bar{u} = (1, a, b)$ bildar rät vinkel med vektorerna $\bar{v} = (2, 5, -1)$ och $\bar{w} = (1, 2, 0)$. Vektorernas koordinater är givna i ett ON-system.

Lösning: Använder att \bar{x} och \bar{y} är vinkelräta om och endast om $\bar{x} \cdot \bar{y} = 0$ och får då villkoren

$$\begin{cases} \bar{u} \cdot \bar{v} = 0 \\ \bar{u} \cdot \bar{w} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 5a - b = 0 \\ 1 + 2a + 0b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 5a - b = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

SVAR: $a = -1/2$ och $b = -1/2$.

2. I ett ON-system är planet π definerat genom att punkterna $(1, 2, -1)$, $(2, 3, -2)$ och $(2, 0, 0)$ tillhör planet π . Avgör om det går att bestämma talet a så att en punkt med koordinaterna $(1, a, a)$ kommer att tillhöra planet π . Bestäm i så fall också talet a . **Lösning:** Bestämmer först med hjälp

av kryssprodukten en normal \bar{n} till planet. Låt $P = (1, 2, -1)$, $Q = (2, 3, -2)$ och $R = (2, 0, 0)$. Då är

$$\overline{PQ} = (1, 1, -1), \quad \overline{PR} = (1, -2, 1)$$

och

$$\bar{n} = \overline{PQ} \times \overline{PR} = (1, 1, -1) \times (1, -2, 1) = (-1, -2, -3)$$

så planets ekvation är

$$-(x - 1) - 2(y - 2) - 3(z + 1) = 0,$$

som kan förenklas till

$$x + 2y + 3z = 2.$$

Så punkten $(1, a, a)$ tillhör planet om och endast om

$$1 + 2a + 3a = 2,$$

dvs

SVAR: $a = 1/5$.