Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 8 februari 2011, kl 10.15-10.50.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm talen a och b så att vektorn $\bar{u} = (1, a, b)$ bildar rät vinkel med vektorerna $\bar{v} = (2, -1, 3)$ och $\bar{w} = (1, 0, 2)$. Vektorernas koordinater är givna i ett ON-system.

Lösning: Använder att $\bar{x}$ och $\bar{y}$ är vinkelräta om och endast om $\bar{x} \cdot \bar{y} = 0$ och får då villkoren

$$\begin{cases} \bar{u} \cdot \bar{v} & = & 0 \\ \bar{u} \cdot \bar{w} & = & 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a + 3b & = & 0 \\ 1 + 0a + 2b & = & 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a + 3b & = & 0 \\ b & = & -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a & = & \frac{1}{2} \\ b & = & -\frac{1}{2} \end{cases}$$

SVAR: $a = 1/2$ och $b = -1/2$.

2. I ett ON-system är planet π definerat genom att punkterna $(1, 2, -1)$, $(2, 1, 0)$ och $(0, 1, 1)$ tillhör planet π. Avgör om det går att bestämma talet a så att en punkt med koordinaterna $(1, a, a)$ kommer att tillhöra planet π. Bestäm i så fall också talet a.

Lösning: Bestämmer först med hjälp av kryssprodukten en normal $\bar{n}$ till planet. Låt $P = (1, 2, -1)$, $Q = (2, 1, 0)$ och $R = (0, 1, 1)$. Då är

$$\overline{PQ} = (1, -1, 1)\ , \qquad \overline{PR} = (-1, -1, 2)$$

och

$$\bar{n} = \overline{PQ} \times \overline{PR} = (1, -1, 1) \times (-1, -1, 2) = (-1, -3, -2)$$

så planets ekvation är

$$-(x - 1) - 3(y - 2) - 2(z + 1) = 0\ ,$$

som kan förenklas till

$$x + 3y + 2z = 5\ .$$

Så punkten $(1, a, a)$ tillhör planet om och endast om

$$1 + 3a + 2a = 5\ ,$$

dvs

SVAR: $a = 4/5$.