Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2B till kursen Diskret Matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 17 februari 2009, kl 08.15-08.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Använd t ex Fermats lilla sats för att bestämma den minsta positiva resten när talet 36^{261} delas med talet 11.

OBS: Man kan också få full poäng om man löser uppgiften utan att använda Fermats lilla sats.

Lösning:

$$36^{261} \equiv_{11} 3^{261} \equiv_{11} (3^{10})^{26} \cdot 3 \equiv_{11} 1^{26} \cdot 3 \equiv_{11} 3,$$

eftersom Fermats lilla sats ger att $3^{11-1} \equiv_{11} 1$.

SVAR: 3.

2. Bestäm hela tal x, y och z sådana att

$$35x + 42y + 75z = 1,$$

eller visa att några sådana tal inte finns.

Lösning: Vi ser att $42 - 35 = 7$ vilket är relativt primt till 75. Söker för den skull heltalslösningar till ekvationen $7z + 75y = 1$ ur vilken vi därefter härleder en lösning till den givna ekvationen.

Euklides algoritm ger

$$\begin{array}{rcrcr} 75 & = & 11 \cdot 7 & - & 2 \\ 7 & = & 3 \cdot 2 & + & 1 \end{array}$$

varur vi finner att

$$1 = 7 - 3 \cdot 2 = 7 - 3(11 \cdot 7 - 75) = -32 \cdot 7 + 3 \cdot 75.$$

Eftersom vi nu vet att

$$1 \cdot 42 + (-1)35 = 7, \qquad \text{och} \qquad -32 \cdot 7 + 3 \cdot 75 = 1,$$

får vi att

$$-32(1 \cdot 42 + (-1)35) + 3 \cdot 75 = 1,$$

eller

$$32 \cdot 35 + (-32) \cdot 42 + 3 \cdot 75 = 1,$$

vilket ger vårt svar.