Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Diskret Matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 17 februari 2009, kl 08.15-08.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Använd t ex Fermats lilla sats för att bestämma den minsta positiva resten när talet 35^{251} delas med talet 11.

OBS: Man kan också få full poäng om man löser uppgiften utan att använda Fermats lilla sats.

Lösning:

$$35^{251} \equiv_{11} 2^{251} \equiv_{11} (2^{10})^{25} \cdot 2 \equiv_{11} 1^{25} \cdot 2 \equiv_{11} 2,$$

eftersom Fermats lilla sats ger att $2^{11-1} \equiv_{11} 1$.

SVAR: 2.

2. Bestäm hela tal x, y och z sådana att

$$60x + 28y + 105z = 1,$$

eller visa att några sådana tal inte finns.

Lösning: Vi ser att $60 - 28 = 32$ vilket är relativt primt till 105. Söker för den skull heltalslösningar till ekvationen $32z + 105y = 1$ ur vilken vi därefter härleder en lösning till den givna ekvationen.

Euklides algoritm ger

$$\begin{array}{rcrcr} 105 & = & 3 \cdot 32 & + & 9 \\ 32 & = & 4 \cdot 9 & - & 4 \\ 9 & = & 2 \cdot 4 & + & 1 \end{array}$$

varur vi finner att

$$1 = 9 - 2 \cdot 4 = 9 - 2(4 \cdot 9 - 32) = -7 \cdot 9 + 2 \cdot 32 = -7(105 - 3 \cdot 32) + 2 \cdot 32 = 23 \cdot 32 - 7 \cdot 105.$$

Eftersom vi nu vet att

$$1 \cdot 60 + (-1)28 = 32, \qquad \text{och} \qquad 23 \cdot 32 - 7 \cdot 105 = 1,$$

får vi att

$$23(1 \cdot 60 + (-1)28) - 7 \cdot 105 = 1,$$

eller

$$23 \cdot 60 + (-23)28 + (-7) \cdot 105 = 1,$$

vilket ger vårt svar.