Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 1A till kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 3 februari 2009, kl 08.15-08.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Grafen G har 20 noder med valens (grad) 3, 15 noder med valens (grad) 4, men inga noder med valens (grad) 2 eller med en valens som är större än 4. Hur många noder med valens 1 har grafen om antalet kanter i G är 70.

Lösning: Summan av nodernas valenser är alltid lika med två gånger antalet kanter. Om x betecknar antalet noder med valens 1 ger de givna indata således att

$$x \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 15 \cdot 4 = 2 \cdot 70.$$

Ur denna ekvation för x erhåller vi
Svar: Antal noder x med valens ett är lika med 20.

2. Vid en plan ritning av den planära grafen G uppstår 53 områden som samtliga begränsas av minst fem kanter. Visa att om varje kant i G gränsar till två olika områden så kommer antalet noder i G att vara minst 82.

Lösning: Varje kant gränsar till två olila områden och att varje område begränsas av minst 5 kanter ger, med e betecknande antalet kanter och r antal områden, att

$$2e \geq 5r = 265.$$

Alltså är antalet kanter i grafen minst 133. Vi använder nu Eulers (polyeder)-formel

$$v + r = e + 1 + c$$

där $c \geq 1$ betecknar antalet komponenter och v antalet noder, (För G på uppgiften räcker det att anta att $c = 1$) och får

$$v \geq e + 2 - r \geq 133 + 2 - 53 = 82.$$