Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 4, Diskret matematik för D2 och F, vt10.

1. Det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp. Gör detta.

$\circ$	a	b	c	d	f	g
a	a	b				
b				f	d	c
c		f	a		b	
d			f		c	b
f			d			a
g		d			a	f

   (a) Ange gruppens identitetselement.
   (b) Är gruppen abelsk.
   (c) Bestäm inverser till alla element.
   (d) Bestäm ordningen av alla element.
   (e) Beräkna $b \circ c \circ d \circ f \circ g$.
   (f) Bestäm delgrupper med två respektive tre element.
   (g) Bestäm vänster och höger sidoklasser till de delgrupper du fann ovan.

2. Visa att $G = (Z_{13} \setminus \{0\}, \cdot)$ är en grupp och bestäm ordningen av samtliga element i G. Är G en cyklisk grupp?

3. Gruppen H är en delgrupp till en grupp G. Antag H består av 13 element och att det finns 7 sidoklasser till H i G.
   (a) Hur många element består då G av.
   (b) Ge exempel på en grupp G med en delgrupp H som uppfyller dessa förutsättningar.

4. Visa att $(Z_{10}, +)$ är isomorf med $(Z_2, +) \times (Z_5, +)$.

---

5. Undersök om det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp.

$\circ$	a	b	c	d	f	g	h
a		b					
b		a					
c							
d							
f							
g							
h							

6. En grupp G har delgrupper H och K med vardera 15 respektive 21 element. Vilka möjligheter finns det för antalet element i G.

7. Bestäm en abelsk grupp med 12 element och som är sådan att inget element har ordning 4.

8. Bestäm samtliga grupper med 149 element.