

Matematiska Institutionen  
KTH

**Lösning till lappskrivning nummer 4B till kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 14 april 2010, kl 15.15-15.40.**

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

**OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.**

1. I en grupp  $G$  med gruppoperationen  $\circ$  har elementet  $g$  ordningen 41. Ange på lämpligt sätt inversen till elementet  $g \circ g \circ g$ .

**Lösning:**

$$g^{41} = e \implies g^3 \circ g^{38} = e,$$

varur direkt framgår att  $(g^3)^{-1} = g^{38}$ .

2. Det gäller allmänt för delgrupper  $H$  och  $K$  till en grupp  $G$ , att snittet mellan  $H$  och  $K$ , dvs  $H \cap K$ , också är en delgrupp till  $G$ . Om nu  $S$  och  $T$  är sidoklasser till olika delgrupper  $H \neq K$  till en grupp  $G$ , kommer då alltid  $S \cap T$  att vara en sidoklass till någon delgrupp till  $G$ ? Ditt svar skall motiveras väl!

**Lösning:** Betrakta gruppen  $(\mathbb{Z}_4, +)$  med delgrupperna  $H = \{0\}$  resp  $K = \{0, 2\}$ . De har sidoklasserna  $S = 1 + H = \{1\}$  och  $T = 0 + K = \{0, 2\}$ . Uppenbarligen är  $S \cap T = \emptyset$  och eftersom varje grupp innehåller minst ett element, identiteten, så kan inte  $S \cap T$  vara sidoklass till någon delgrupp.