Några intressanta (mot)exempel

1. "Kontinuerlig" medför inte "partiellt deriverbar".

Låt $f(x,y)=|x|+|y|$; visa at f är kontinuerlig, men inte partiellt deriverbar i origo.

Men OBS: Visa att $f(x,y)=|xy|$ är differentierbar i origo (trots beloppet!).

2. "Partiellt deriverbar" medför inte "kontinuerlig".
Existensen av riktningsderivatan i varje riktning medför inte "differentierbar".

Låt $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{då } x\neq 0 \\ 0 & \text{, då } x=0 \end{cases}$; visa att f är partiellt deriverbar men inte kontinuerlig (och därmed inte differentierbar) i origo, att riktningsderivatan $f'_{\boldsymbol{v}}(0,0)$ existerar för varje $\boldsymbol{v}=(\alpha,\beta)$, $\alpha^2+\beta^2=1$, men att $f'_{\boldsymbol{v}}(0,0)=\operatorname{grad} f(0,0)\bullet\boldsymbol{v}$ inte gäller för varje $\boldsymbol{v}=(\alpha,\beta)$, $\alpha^2+\beta^2=1$.

3. "Partiellt deriverbar och kontinuerlig" medför inte "differentierbar".

Låt $f(x,y)=\begin{cases} \frac{(x-y)^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$; visa att f är kontinuerlig och partiellt deriverbar men inte differentierbar i origo.

4. "Differentierbar" medför inte $\boldsymbol{C^1}$.

Låt $f(x,y)=\begin{cases} \left(x^2+y^2\right)\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right), & \text{då } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{, då } (x,y)=(0,0) \end{cases}$; visa att f är differentierbar men inte C^1 i origo.

5. "Bijektiv" medför inte "funktionaldeterminant $\neq 0$"
("funktionaldeterminant = 0" medför inte "ej bijektiv").

Visa att $\boldsymbol{T}:\underset{(x,y)\,\mapsto\,\left(x^3,y^3\right)}{\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2}$ är C^1 och bijektiv, men $\dfrac{d\boldsymbol{T}}{d\boldsymbol{x}}(0,0)=0$ $(\boldsymbol{x}=(x,y))$.