

## Hemskrivning i kursen SF1626 flervariabelsanalys för CDEPR & CMADT vt10

Hemskrivning består av 6 valbara tal ur 10 som ska redovisas skriftligt. **Högst två studenter per grupp**

1. Temperaturen i en del av atmosfären är givet av  $T(x, y, z) = 15 + 2xy - yz - xz$ , där  $T$  och  $x, y, z$  mäts i  $^{\circ}C$  respektive i  $km$ . en fågel rör sig med farten  $v = 90 km/h$ .

Bestäm den momentana ändringen i temperatur per tidsenhet,  $\frac{dT}{dt}$ , fågeln erfar i det ögonblick den passerar punkten  $(1, 2, 3)$  med kurs rakt mot punkten  $(-1, 4, 2)$ .

2. Bestäm den allmänna lösningen till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial y} = \frac{y}{x-y}, \quad 0 \leq y < x.$$

Ledning: Använd variabelbytet  $u = \sqrt{y}$ ,  $v = \sqrt{x-y}$ .

3. Ett bryggeri producerar mängderna  $x$  respektive  $y$  av två typer läsk. Bryggeriets totala produktionskostnad är  $k(x, y, z) = x^2 + 2xy + 2y^2$  medan försäljningspriserna är

$p_x(x) = 10 - x$  respektive  $p_y(y) = 20 - y$  per mängdenhet.

Här mycket läsk skall bryggeriet producera för att maximera vinsten?

4. Bestäm det största och minsta värdet för funktionen

$$f(x, y) = 2x - y + \sqrt{8 - 2x^2 - y^2}.$$

5. En tunn stråtråd med längd  $L$  delas i tre delar som viks till en cirkel, en kvadrat och en liksidig triangel.

Hur skall delningen ske om vi vill minimera föremålens sammanlagda yta?

6. Bestäm det största värdet för funktionen  $f(r) = \iint_D (1 - \ln(x^2 + y^2)) dx dy$ ,

$$\text{där } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2\}$$

7. Beräkna volymen av området  $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |z| \leq (1 - x^2 - y^2), x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

8. Bestäm arean av ytan  $z = \frac{1}{4}(x^2 - y^2)$  där  $x^2 + y^2 \leq 12$ .

9. Ett plåtkärl har formen av ett rättblock. Plåten i botten ytan kostar  $2kr/cm^2$  och i de övriga fem sidorna  $1kr/cm^2$ . Vilka mått skall kärlet ha för att rymma maximal volym, då den totala plåtkostnaden uppgår till  $36 kr$ ?

10. Beräkna volymen av kroppen  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + 9y^2 \geq 9, 4x^2 + 9y^2 + z^2 \leq 36\}$ .