

KTH Matematik
Hans Thunberg

SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2009 för Öppen Ingång

Grupparbete till lektionspass L6, 6/11.

- (1) Låt $f(x) = 2 - x^2$. I denna uppgift ska vi studera olika sätt att approximera den bestämda integralen av $f(x)$ på intervallet $[0, 2]$, $\int_0^2 2 - x^2 dx$. Till var och en av deluppgifterna skall du rita en figur som förklarar hur approximationerna konstrueras. Alla förekommande summor skall, för övnings skull, tecknas både med hjälp av summasymbolen och skrivas ut term för term.
 - (a) Teckna och beräkna undersumman m respektive översumman M som fås då integrationsintervallet delas i fyra lika delar. Du har då stängt in integralens värde, $m \leq \int_0^2 2 - x^2 dx \leq M$.
 - (b) Teckna och beräkna de Riemannsummor som fås då integrationsintervallet delas i en, två respektive fyra lika delar och funktionsvärdet beräknas i mittpunkten på varje delintervall.
 - (c) Teckna den Riemannsumma som fås då integrationsintervallet delas i n lika delar och funktionsvärdet beräknas i mittpunkten på varje delintervall.
 - (d) Teckna och beräkna den trapetsapproximation (jfr Persson-Böiers avsnitt 7.11) som fås då integrationsintervallet delas i fyra lika delar.
- (2) Beräkna integralen $I = \int_0^2 2 - x^2 dx$ exakt genom att använda integralkalkylens huvudsats. Jämför med de approximationer du gjorde i föregående uppgift.
- (3) Teckna den integral som anger arean av det område som begränsas av kurvan $y = 2 - x^2$ och de räta linjerna $y = 0$, $x = 0$ och $x = 2$.
 - (a) Approximera denna area-integral med hjälp av den Riemannsumma som fås då integrationsintervallet delas i fyra lika delar och integranden evalueras i mittpunkten på varje delintervall.
 - (b) Approximera area-integralen med den trapetsapproximation som fås då integrationsintervallet delas i fyra lika delar.
 - (c) Beräkna area-integralen exakt med hjälp av huvudsatsen. Jämför med approximationerna.
- (4) En partikel färdas i en rätlinjig bana. Vid tiden $t = 0$ [s] har partikeln en hastighet om 3 m/s. Accelerationen under tidsintervallet $0 \leq t \leq 2$ [s] beskrivs av uttrycket $a(t) = t^2 - 2$ [m/s²]. Beräkna partikelns hastighet vid tidpunkterna $t = 1$ [s] respektive $t = 2$ [s].