

**Grupparbete till lektionspass L4, 30/10.**

- (1) MacLaurinutveckling av  $\cos x$ .
  - (a) Härled MacLaurinpolynomen till  $\cos x$  upp till grad åtta.
  - (b) Låt  $P_n(x)$  beteckna MacLaurinpolynomet av grad  $n$  till  $\cos x$ . Jämför med hjälp av din grafritare grafen  $y = \cos x$  med i tur och ordning graferna  $y = P_2(x)$ ,  $y = P_4(x)$ ,  $y = P_6(x)$  och  $y = P_8(x)$ . Se till att välja lämpliga intervall. Beskriv vad du ser!
  - (c) Bestäm approximationer till  $\cos 0.1$  och  $\cos 1.0$  med hjälp av i tur och ordning  $P_2(x)$ ,  $P_4(x)$ ,  $P_6(x)$  och  $P_8(x)$ , och bokför dina resultat i en tabell.
  - (d) Jämför de approximativa värden du har beräknat med det värde som räknaren anger för  $\cos 0.1$  respektive  $\cos 1.0$  (räknarens värden är goda approximationer till de sanna värdena). (OBS: Glöm inte att ställa in räknaren så att de inmatade värdena tolkas som radianer.) För in i tabellen hur mycket dina olika approximationer avviker från de av räknaren angivna värdena.
  - (e) Vad är det som tycks påverka approximationsfelets storlek?
  - (f) I läroboken (Sats 2 (8) sid 413 - 414) anges ett uttryck för feltermen  $R_{2n+2}(x)$  när  $\cos x$  approximeras Maclaurinpolynomet av grad  $2n$ . Utnyttja att  $|\cos a| \leq 1$  för att ge en begränsning av approximationsfelet man får vid approximation av  $\cos 0.1$  respektive  $\cos 1.0$  med hjälp av  $P_6(x)$  och  $P_8(x)$ , och jämför med de faktiska fel du iakttog.
- (2) I ett tidigare grupparbete beräknade ni approximativa värden till  $\sqrt{x}$  med hjälp av tangentlinjen (dvs en 1:a ordningens Taylorutveckling) i  $x = 9$ .
  - (a) Använd 3:e ordningens Taylorpolynom kring  $x = 9$  till att bestämma ett approximativt värden till  $\sqrt{8}$ .
  - (b) Beräkna resttermen  $R_4(x)$ , och uppskatta med hjälp av denna hur stort approximationsfelet är.
  - (c) Beräkna  $\sqrt{8}$  direkt med räknaren och jämför med ditt approximativa värde och din feluppskattning.
- (3)
  - (a) Förklara Newton-Raphsons metod
  - (b) Använd Newton-Raphsons metod för att bestämma en approximativ lösning med fyra korrekta decimaler till ekvationen  $x^3 + x = 1$ . (Börja med att visa att ekvationen har exakt en lösning och att denna ligger i intervallet  $(0, 1)$ ).
  - (c) Jämför med GA1 där ekvationen löstes med intervallhalvering. Vilken metod verkar effektivast?