

KTH Matematik
Hans Thunberg

SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2009 för Öppen Ingång

Grupparbete till lektionspass L2, 15/10.

(1) Beräkna följande gränsvärden. Kan du "se" gränsvärdena på din grafräknare?

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{100} + e^{2x}}{\ln x^2 + e^{3x}}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^4 - 2}{e^{2x} - 2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

(2) Beräkna $f'(x)$ och $f''(x)$ då $f(x) = x \ln \sqrt{x^2 + 4}$.

(3) Låt $f(x) = \sqrt{x}$.

(a) Bestäm ekvationen för tangentlinjen till $y = f(x)$ i punkten $(9, 3)$.

(b) Skissera en figur av funktionsgrafens och tangentlinjen.

(c) Figuren antyder att man kan använda tangentlinjen för att approximera \sqrt{x} för x -värden nära 9. Förklara!

(d) Skriv upp en formel för approximation av \sqrt{x} för x -värden nära 9. Beräkna närmevärden till $\sqrt{9.1}$ och $\sqrt{8.7}$.

(4) En vattentank i form av en rät cirkulär kon har spetsen vänd nedåt. Toppradien är 6 m. Tankens djup är 8 m. Vatten fylls på med hastigheten $0.1 \text{ m}^3/\text{min}$. Med vilken hastighet stiger vattentyan då vattendjupet är 4 m?

(5) (a) Bestäm derivatan till $\arcsin x$ genom att derivera identiteten $\sin(\arcsin x) = x$. Utnyttja att $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$.

(b) Bevisa Sats 4 på sidan 101 i Person & Böiers bok genom att genomföra kalkylen i a) i det generella fallet: Derivera identiteten $f(f^{-1}(x)) = x$ ledvis och lös ut $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$. Beräkna sedan derivatan till $\arcsin x$ med hjälp av Sats 4.