KTH Matematik
Hans Thunberg

SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2009 för Öppen Ingång

Grupparbete till lektionspass L1, 8/10.

(1) Låt $f(x) = \dfrac{2x^3 + x^2}{4x^3 + x}$, $x \neq 0$.

   (a) Beräkna $\lim_{x\to 0} f(x)$. Vad kan man säga om värdet $f(x_0)$ om $|x_0|$ är ett väldigt litet tal (dvs om x_0 är nära 0)?
   (b) Beräkna $\lim_{x\to\infty} f(x)$. Vad kan man säga om värdet $f(x_0)$ om $|x_0|$ är väldigt stort?
   (c) Hur ser grafen $y = f(x)$ ut på din grafritare? Jämför med dina resultat i a) och b).

(2) (a) Låt $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$. Beräkna gränsvärdena $\lim_{x\to 1+} f(x)$ och $\lim_{x\to 1-} f(x)$. Vad kan man säga om $\lim_{x\to 1} f(x)$? Beräkna även $\lim_{x\to\infty} f(x)$ och $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ och gör sedan en skiss av grafen $y = f(x)$.
   (b) Om funktionen $h(x)$ vet man att $\lim_{x\to\infty} h(x) = 1$ och $\lim_{x\to -1} h(x) = +\infty$. Ange ett tänkbart utseende på grafen $y = h(x)$, och ge exempel på en elementär funktion som har de angvina gränsvärdena.

(3) Den totala massan m (gram) av en viss odlad bakteriekoloni vid tiden t (timmar) ges av uttrycket

$$m(t) = \frac{0.27m_0}{m_0 + (0.27 - m_0)e^{-0.3t}}.$$

där m_0 är populationens vikt vid tiden $t = 0$ då odlingen startas. Vid ett odlingsförök startade man med $m_0 = 0.01$ g. Man önskar odla upp kolonin till en vikt om 0.1 g . Kommer man att lyckas?

Tips: Undersök vad som häner när $t \to \infty$ och utnyttja att att $m(t)$ är en kontinuerlig funktion.

(4) Låt $f(x) = 1/x$. Använd derivatans defintion för att bestämma
a) $f'(1)$ b) $f'(x)$

(5) Visa att ekvationen $x^3 + x = 1$ har precis en lösning, och att denna lösning ligger i intervallet $(0, 1)$. Bestäm sedan med hjälp av intervalhalvering ett approximativt värde på lösningen, sådan att den approximativa lösningen avviker med högst 0.1 från den exakta lösningen.