KTH Matematik, SF1621, Lapp nr 5, 2010-2-19. **Lösningsförslag**.

Höger. Bästem all punkter av normalen till ytan:

$$\ln\left(\frac{z^2+y^2}{2}\right)+\frac{3x}{z+y}=-3$$

i punkten $(-2,1,1)$..

Låt $F(x,y,z)=\ln\left(\frac{z^2+y^2}{2}\right)+\frac{3x}{z+y}$. Vi har:

$$F'_x=\frac{3}{z+y} \qquad F'_y=\frac{2y}{z^2+y^2}-\frac{3x}{(z+y)^2} \qquad F'_z=\frac{2z}{z^2+y^2}-\frac{3x}{(z+y)^2}$$

I punkten $(-2,1,1)$ partiella derivatorna blir:

$$F'_x(-2,1,1)=\frac{1}{2} \qquad F'_y(-2,1,1)=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2} \qquad F'_z(-2,1,1)=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

Altså:

$$\mathrm{grad}(F)(-2,1,1)=\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$$

Den vektor är vinkel rätt till ytan. Vi kan konstatera att normalen till ytan i punkten $(-2,1,1)$ består av alla punkter som kan skrivas på följande sätt:

$$(-2,1,1)+t\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right) \qquad t \text{ i } \mathbf{R}$$

Vänster. Bästem all punkter av normalen till ytan:

$$\ln\left(\frac{z^2+x^2}{2}\right)+\frac{3y}{z+x}=-3$$

i punkten $(1,-2,1)$.

Låt $F(x,y,z)=\ln\left(\frac{z^2+x^2}{2}\right)+\frac{3y}{z+x}$. Vi har:

$$F'_x=\frac{2x}{z^2+x^2}-\frac{3y}{(z+x)^2}\qquad F'_y=\frac{3}{z+x}\qquad F'_z=\frac{2z}{z^2+x^2}-\frac{3y}{(z+x)^2}$$

I punkten $(1,-2,1)$ partiella derivatorna blir:

$$F'_x(1,-2,1)=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\qquad F'_y(1,-2,1)=\frac{3}{2}\qquad F'_z(1,-2,1)=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

Altså:

$$\operatorname{grad}(F)(1,-2,1)=\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$$

Den vektor är vinkel rätt till ytan. Vi kan konstatera att normalen till ytan i punkten $(1,-2,1)$ består av alla punkter som kan skrivas på följande sätt:

$$(1,-2,1)+t\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)\qquad t \text{ i } \mathbf{R}$$