

Höger. Beräkna dubbelintegralen:

$$\iint_D (3x^2 + 2xy) dx dy$$

då D är den triangeln som begränsas av linjerna:

$$y = -2x, \quad y = x, \quad y = 2$$

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2 \text{ och } -y/2 \leq x \leq y\}$$

$$\begin{aligned} \iint_D (3x^2 + 2xy) dx dy &= \int_{y=0}^2 dy \int_{x=-\frac{y}{2}}^y (3x^2 + 2xy) dx = \\ &= \int_{y=0}^2 (x^3 + x^2 y \Big|_{x=-\frac{y}{2}}^y) dy = \int_{y=0}^2 (2y^3 + \frac{y^3}{8} - \frac{y^3}{4}) dy = \int_{y=0}^2 \frac{15}{8} y^3 dy = \\ &= \frac{15}{32} y^4 \Big|_{y=0}^2 = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

Vänster. Beräkna dubbelintegralen:

$$\iint_D (3x^2 + 2xy) dx dy$$

då D är den triangeln som begränsas av linjerna:

$$y = -x, \quad y = 2x, \quad y = 2$$

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2 \text{ och } -y \leq x \leq y/2\}$$

$$\begin{aligned} \iint_D (3x^2 + 2xy) dx dy &= \int_{y=0}^2 dy \int_{x=-y}^{\frac{y}{2}} (3x^2 + 2xy) dx = \\ &= \int_{y=0}^2 (x^3 + x^2 y \Big|_{x=-y}^{\frac{y}{2}}) dy = \int_{y=0}^2 \left(\frac{y^3}{8} + \frac{y^3}{4} \right) dy = \int_{y=0}^2 \frac{3}{8} y^3 dy = \\ &= \frac{3}{32} y^4 \Big|_{y=0}^2 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$