KTH Matematik, SF1621, Lapp nr 8, 2010-3-12. **Lösningsförslag**.

Höger. Ange minstakvadratlösning till ekvationssystemet:

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1 \\ x & & & = & 2 \\ 2x & + & y & = & 1 \end{array}$$

Normalekvationen är

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Vänster. Ange minstakvadratlösning till ekvationssystemet:

$$\begin{array}{ccccc} x & & & = & 1 \\ 2x & + & y & = & 2 \\ x & + & y & = & 1 \end{array}$$

Normalekvationen är

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$