

**Höger.** Undersök om  $\{(1, 0, 1), (1, 2, 3), (2, 1, 0)\}$  är en bas in  $\mathbf{R}^3$ . I så fall bestäm koordinaterna av  $(0, 0, 1)$  i den bas.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 1 - 4 - 3 = -6 \neq 0$$

Vektorna  $\{(1, 0, 1), (1, 2, 3), (2, 1, 0)\}$  är linjärt oberoende, alltså de bildar en bas. För att hitta koordinaterna av  $(0, 0, 1)$  ve behöver att lösa:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vi kan använda Gauss elimination:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Alltså:  $z = \frac{-1}{3}$ ,  $2y - \frac{1}{3} = 0$  därför  $y = \frac{1}{6}$ , och  $x + \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = 0$  därför  $x = \frac{1}{2}$ . Koordinaterna av  $(0, 0, 1)$  i den bas är  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{-1}{3})$ .

**Vänster.** Undersök om  $\{(1, 2, 3), (1, 0, 1), (2, 1, 0)\}$  är en bas in  $\mathbf{R}^3$ . I så fall bestäm koordinaterna av  $(1, 0, 0)$  i den bas.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4 + 3 - 1 = 6 \neq 0$$

Vektorna  $\{(1, 2, 3), (1, 0, 1), (2, 1, 0)\}$  är linjärt oberoende, alltså de bildar en bas. För att hitta koordinaterna av  $(1, 0, 0)$  ve behöver att lösa:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vi kan använda Gauss elimination:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Alltså:  $z = \frac{1}{3}$ ,  $-2y - 1 = -2$  därför  $y = \frac{1}{2}$ , och  $x + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = 1$  därför  $x = \frac{-1}{6}$ . Koordinaterna av  $(1, 0, 0)$  i den bas är  $(\frac{-1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ .