KTH Matematik, SF1621, Lapp nr 11, 2010-4-22. **Lösningsförslag**.

Höger. Beräkna linjeintegralen:

$$\int_\Gamma \frac{3y}{1+x^2-y}dx + \frac{2x}{2+x^2-y}dy$$

där Γ är parabol $y = x^2$ från punkten $(-1, 1)$ till punkten $(1, 1)$.

Låt $\big(x(t), y(t)\big) = (t, t^2)$, för $-1 \leq t \leq 1$, vara parametrisering av kurvan. Då $x'(t) = 1$ och $y'(t) = 2t$.

$$\int_\Gamma \frac{3y}{1+x^2-y}dx+\frac{2x}{2+x^2-y}dy = \int_{t=-1}^{t=1} \frac{3t^2}{1+t^2-t^2}+\frac{2t}{2+t^2-t^2}2t\,dt =$$

$$\int_{t=-1}^{t=1} 3t^2 + 2t^2 \ dt = \frac{5}{3}t^3|_{t=-1}^{t=1} = \frac{10}{3}$$

Vänster. Beräkna linjeintegralen:

$$\int_\Gamma \frac{3y}{1+2x^2-y}dx + \frac{2x}{2+2x^2-y}dy$$

där Γ är parabol $y = 2x^2$ från punkten $(-1,2)$ till punkten $(1,2)$.

Låt $\big(x(t), y(t)\big) = (t, 2t^2)$, för $-1 \le t \le 1$, vara parametrisering av kurvan. Då $x'(t) = 1$ och $y'(t) = 4t$.

$$\int_\Gamma \frac{3y}{1+2x^2-y}dx + \frac{2x}{2+2x^2-y}dy = \int_{t=-1}^{t=1} \frac{6t^2}{1+2t^2-2t^2} + \frac{2t}{2+2t^2-2t^2}4t\;dt =$$

$$\int_{t=-1}^{t=1} 6t^2 + 4t^2\;dt = \frac{10}{3}t^3|_{t=-1}^{t=1} = \frac{20}{3}$$