Dagens, 9 Mar

1. Bestäm det största och det minsta vr̈det av funktionen $f(x, y) = 2x - 3y$ då punkten (x, y) tillhör ellipsen $2x^2 + 3y^2 = 5$.

2. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2$ då $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$.

3. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen $f(x, y) = y^3 - x^2y$ då $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $x + y \leq 1$.

4. Kan produkten av tre positiva tal vara 19 om deras summa är 8?

5. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x, y) = x^2y + 2y^2 - 4xy$ då definitionsmängden ges av $0 \leq x \leq 4$ och $0 \leq y \leq x^2$.

Svar

1. 5 och -5.

2. 4 och 1.

3. 1 och $\frac{-1}{8}$.

4. Aldrig i livet!

5. Intervallet $[-2, 512]$.

Dagens, 10 Mar

1. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet:

a. $\begin{cases} x+y=2 \\ x-2y=0 \\ 2x-y=11 \\ x-y=0 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x-y=0 \\ x+z=1 \\ x+2y+3z=7 \\ x+y+2z=0 \end{cases}$

2. Ange ekvationen för den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till punkterna $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ och $(2, 2)$. Beräkna också medelfelet.

3. Ange ekvationen för den parabel $y = ax^2 + bx + c$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till punkterna $(-1, 2)$, $(0, 1)$, $(1, 4)$ och $(2, 6)$. Beräkna också medelfelet.

4. Ange en minstakvadratlsning till ekvationssystemet $\begin{cases} x+2y=0 \\ 2x+y=4 \\ x+y=5 \end{cases}$.

Beräkna också kvadratiska medelfelet.

Svar

1. a. $x = 4$, $y = 1$.

b. t.ex $x = 1$, $y = 2$, $z = 0$. (Allmän minstakvadratlösning $(1-t, 2-t, t)$.)

2. $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{10}$. Kvadratiska medelfelet är $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

3. $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$. Kvadratiska medelfelet är $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

4. $x = 3$, $y = -1$. Kvadratiska medelfelet är $\frac{\sqrt{33}}{3}$.

Dagens, 11 Mar

1. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet:

a. $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 2 \\ 2x + y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$.

Beräkna också medelfelet.

2. Beräkna följande dubbelintegraler:

a. $\iint_D (3x^2 + 2y)dxdy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.
b. $\iint_D \frac{x}{y}\, dxdy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $1 \leq y \leq 4$.
c. $\iint_D \sin(x + 2y)\, dxdy$ då D ges av $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}$.
d. $\iint_D \sqrt{x + xy}\, dxdy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 3$.

3. Bestäm eventuella lokala extrempunkter (och deras karaktär) till fljande funktioner:

a. $f(x, y) = 2x^3 - 3x^2 - y^2$.
b. $f(x, y) = \frac{y}{x} + x + \frac{1}{y}$.

Svar

1. a. $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{-1}{3}$; medelfelet=1. **b.** $x = \frac{7}{11}$, $y = \frac{-4}{11}$; medelfelet=$\frac{\sqrt{1122}}{3}$.

2. a. 2. **b.** $\ln(2)$. **c.** 1. **d.** $\frac{28}{9}$.

3. a. Lok. max. 0 i $(0, 0)$. **b.** Lok. min. 3 i $(1, 1)$.