Dagens, 27 April

1. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma (9x^8y^7 + x)dx + 7x^9y^6dy$ då Γ går från $(1,0)$ till $(0,1)$ längs linjen $x + y = 1$.

2. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma 6x^2dx + 7y^2dy$:

a. Γ går från punkten $(-1,0)$ till punkten $(1,0)$ längs x-axeln.

b. Γ går från punkten $(-1,0)$ till punkten $(1,0)$ längs kurvan $3x^4 + 2y^4 = 3$, $y0$.

3. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma (4x - 2y)dx + (2x + 3y)dy$:

a. i positiv led längs ellipsen $4x^2 + 9y^2 = 36$.

b. från $(3,0)$ till $(0,2)$ längs ellipsbågen $4x^2 + 9y^2 = 36$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

4. Undersök om vektorfältet F är konservativt. Om så är fallet bestäm en potential till F.

a. $F = (y^3 + 3x^2y^2, 3xy^2 + 2x^3y)$.

b. $F = (3x^2y + y^2, x^3 + 2xy + x)$.

5. Bestäm konstanten a så att vektorfältet:

$$F = (2x + ay + y^2, 4x + 8y + 2xy)$$

får en potential.

6. Visa att vektorfältet:

$$F = \big(9y(x + y)^8, 1 + (x + 10y)(x + y)^8\big)$$

har en potential. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma F(r)dr$ längs linjen $x+2y = 3$ från punkten $(-3,3)$ till punkten $(-1,2)$.

Svar

1. $\frac{-1}{2}$.
2. **a.** 4. **b.** 4.
3. **a.** 24π. **b.** $6\pi - 12$.
4. **a.** Konservativt. Potential $U = xy^3 + x^3y^2$. **b.** Ej konservativt.
5. $a = 4$.
6. 1.

Dagens, 28 April

1. Beräkna flödesintegralen $\iint_S F\hat{n}\,dS$, där S är ytan $z = x^2 + xy + y^2$, $0 \le y \le x$, $0 \le x \le 1$. $F = (y, x, z)$ och $\hat{n}$ har positiv z-komponent.

2. Beräkna flödesintegralen $\iint_S F\hat{n}\,dS$, där S är den del av paraboloiden $z = 1 - x^2 - y^2$ som ligger ovanför xy-planet, $\hat{n}$ är den uppåtriktade normalen och $F = (y, -x, z)$.

3. Beräkna flödet av fältet $F = (x, y, z)$ genom ytan $z = 1 + 2x + 3y$, där $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le x$. Enhetsnormalen till ytan har positiv z-komponent.

4. Beräkna flödesintegralen $\iint_S F\hat{n}\,dS$, där S är den del av ytan $z = xy + x^2$ som ligger inom cylindern $x^2 + y^2 = 1$, $\hat{n}$ är den uppåtriktade normalen och $F = (2y, -x, z)$.

5. Beräkna flödet av fältet $F = (x, 0, 0)$ ut ur halvklotet $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$, $z \ge 0$.

Svar
1. $\frac{-3}{8}$.
2. $\frac{\pi}{2}$.
3. 2.
4. 0.
5. $\frac{2\pi}{3}$.

Dagens, 29 April

1. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma (y+z)dx + (4z-2y)dy + (x-3y)dz$ längs kurvan $x = t^2$, $y = t^3$, $z = t^4$ från punkten $(0,0,0)$ till punkten $(1,1,1)$.

2. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma x^2 dx + y^2 dy$, då Γ går från $(1,0)$ till $(-1,0)$ längs kurvan $x^4 + y^4 = 1$, $y \geq 0$.

3. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma (1+y^2)dx + (x+2xy)dy$, tagen i positiv led längs kurvan $|x| + |y| = 1$.

4. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma (5x^4 y + y^6)dx + (x^5 + 6xy^5 + 2y)dy$, då Γ går från punkten $(1,1)$ till punkten $(0,2)$ längs linjen $x + y = 2$.

Svar

1. $\frac{2}{5}$.

2. $\frac{-2}{3}$.

3. $2i$.

4. 1.