

Dagens, 23 Mar

1. Beräkna följande dubbelintegraler:

- a. $\iint_D (x^2 + xy) dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2x$.
- b. $\iint_D (x^2 + xy) dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$.
- c. $\iint_D x^2 y dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq x^2$.
- d. $\iint_D x^2 y dx dy$ då D ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.
- e. $\iint_D (1 + xy^2) dx dy$ då D begränsas av linjerna $x = 1$, $x = -1$, $x = y$, $y = 3x$.
- f. $\iint_D (x^2 y + xy^2) dx dy$ då D begränsas av parabeln $y = x^2 - 1$, x -axeln och linjerna $x = 2$ och $x = -2$.
- g. $\iint_D \frac{xy}{1+y^4} dx dy$ då D är triangeln med hörnen i punkterna $(0, 0)$, $(1, 1)$ och $(0, 1)$.
- h. $\iint_D \frac{x}{y} e^y dx dy$ då D ges av $x^2 \leq y \leq x$.

Svar

1.

a. 1. b. $\frac{5}{3}$. c. $\frac{1}{14}$. d. $\frac{1}{6}$. e. 2. f. 8. g. $\frac{\ln(2)}{8}$. h. $\frac{e-2}{2}$

Dagens, 24 Mar

1. Integrationen $\int_1^2 dx \int_{-x}^x f(x, y) dy$ kan uppfattas som beräkning av en dubbelintegral över ett område D . Ange D .
2. Kasta om integrationsordningen i $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy$.
3. Beräkna följande dubbelintegraler:
 - a. $\iint_D (x + 2y)e^x dx dy$ då D ges av $x \geq 0$, $y \geq x^2$, och $y \leq 2 - x^2$.
 - b. $\iint_D y\sqrt{x} dx dy$ då D är triangeln med hörnen i punkterna $(0, 0)$, $(1, 0)$ och $(0, 1)$.
 - c. $\int_0^1 dy \int_y^1 e^{-x^2} dx$.
 - d. $\iint_D \frac{x^{17}}{1+x^4+y^4} dx dy$ där D begränsas av kurvan $y = x^3 - x$ och x -axeln.
 - e. $\iint_D dx dy$ då D ges av $2 \leq x + y \leq 6$, $y \geq x^2$, $x > 0$.
4. Låt $f(x, y)$ vara det största av talen $9y - 4x^2$ och $8y - 3x^2$. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D f(x, y) dx dy$, då D är rektangeln $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$.

Svar

1. $1 \leq x \leq 2$, $-x \leq y \leq x$.
2. $\int_0^1 dy \int_{y^{\frac{1}{2}}}^{y^{\frac{1}{3}}} f(x, y) dx$
3. a. $4e - 6$. b. $\frac{8}{105}$. c. $\frac{e-1}{2e}$. d. 0. e. $\frac{37}{6}$.
4. $\frac{4}{15}$.

Dagens, 25 Mar

1. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{3x+4y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ då D ges av:
 - a. $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \geq 0$.
 - b. $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0$.
 - c. $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0$.
2. Beräkna följande dubbelintegraler:
 - a. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ då D ges av $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$.
 - b. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ då D ges av $x^2 + y^2 \leq 1$.
 - c. $\iint_D x^2 dx dy$ då D ges av $4x^2 + 9y^2 \leq 1$.
 - d. $\iint_D (x - y)^2 \sin^2(x + y) dx dy$ över kvadraten med hörnen i punkterna $(\pi, 0), (2\pi, \pi), (\pi, 2\pi), (0, \pi)$.
 - e. $\iint_D \frac{(x+y)^2}{1+x^2+y^2} dx dy$ då D ges av $x^2 + y^2 \leq 1$.

Svar

1. a. 42. b. 48. c. 20.
2. a. $\frac{\pi}{6}$. b. $\frac{\pi}{2}$. c. $\frac{\pi}{96}$. d. $\frac{\pi^4}{3}$. e. $\pi(1 - \ln 2)$