

Dagens, 19 April

1. Beräkna arean av den del av ytan $z = y + \sqrt{x}$ vars projektion på xy -planet ges av $y^2 \leq x \leq 1$.
2. Beräkna arean av den del av planet $z = 5x + 7y + 9$ vars projektion på xy -planet ges av $2x + 3y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
3. Beräkna arean av den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ som ligger inom cylindern $x^2 + y^2 = 9$.
4. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av konen $z^2 = x^2 + y^2$ och halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $z \geq 0$.
5. Beräkna arean av ytstycket $z = \sqrt{2xy}$, där $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq x^3$.
6. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$, cylindern $y = x^2$ samt planen $y = 1$ och $z = 0$.
7. Beräkna arean av det område som ligger till höger om linjen $x = 1$ och begränsas av kurvorna $xy = 4$, $xy = 8$, $y = x$ och $y = 2x$.

Svar

1. $\frac{13}{6}$. 2. $15\sqrt{3}$. 3. 20π . 4. $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$. 5. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. 6. $\frac{88}{105}$. 7. $2 \ln 2$.

Dagens, 20 April

1. Skissera vektorfältet $F(x, y) = (x, -y)$ och bestäm dess integralkurvor.
2. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma}(2x - 3y)dx + (2x - 4y)dy$ längs kurvan $x = t^2, y = t^3$ från punkten $(1, 1)$ till punkten $(0, 0)$.
3. Beräkna linjeintegralen $\int_{\gamma}(2x - 3y)dx + (2x - 4y)dy$ då Γ är parabelbågen $y = x^2$ från punkten $(1, 1)$ till punkten $(0, 0)$.
4. Beräkna linjeintegralen $\int_{\gamma}(x^4 - y^2)dx + (x^4 + y^2)dy$ längs parabeln $y = x^2$ från $(0, 0)$ till $(1, 1)$ och sedan längs linjen $y = 1$ från $(1, 1)$ till $(-1, 1)$.
5. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma}(x + 2xy)dx + (3x^2 + y)dy$ i positiv led runt triangeln med hörnen i punkterna $(0, 0)$, $(2, 1)$ och $(0, 1)$.

Svar

2. 1. 3. $\frac{2}{3}$. 4. $\frac{34}{15}$. 5. 2.

Dagens, 21 April

1. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma}(x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$ i positiv led runt kvadraten med hörnen i punkterna $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$.
2. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma}(e^x \cos x + 3y)dx + (2xy + \arctan(y^2))dy$ tagen i positiv led längs randen till området $x^2 - 3 \leq y \leq \frac{x^2}{4}$.
3. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma}(3x^2y^3 + x^2 + x)dx + (3x^3y^2 + 2x)dy$:
 - a. i positiv led längs cirkeln $x^2 + y^2 = 1$.
 - b. från $(1, 0)$ till $(-1, 0)$ längs halvcirkeln $x^2 + y^2 = 1$, $y \geq 0$.
 - c. från $(1, 0)$ till $(0, 1)$ längs kvartscirkeln $x^2 + y^2 = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
4. Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} -2ydx + x\sqrt{3 + x^2 + y^2}dy$ tagen i positiv led längs randen till området $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Svar

1. 0..
2. -40 .
3. **a.** 2π . **b.** $\pi - \frac{2}{3}$. **c.** $\frac{\pi}{2} - \frac{5}{6}$.
4. π .