Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Lösning till kontrollskrivning 5B, 16 oktober 2009, 10.45–11.45, i SF1610 Diskret matematik för CINTE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	En skog har alltid färre kanter än noder.	x	
b)	Det finns planära grafer 37 noder och 37 kanter.	x	
c)	En osammanhängande bipartit graf kan aldrig ha en komplett matchning.		x
d)	Varje komplett graf K_n har en Eulerkrets.		x
e)	Varje komplett graf K_n har en Hamiltoncykel.	x	
f)	En bipartit graf kan ha cykler av udda längd.		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Om det funnes en graf G med 34 noder med valens 3 och 12 noder med valens 4, hur många kanter skulle G då ha?

SVAR: $\frac{1}{2}(34 \cdot 3 + 12 \cdot 4) = 75$.

b) (1p) Rita en graf med 7 noder som inte är planär.

SVAR: Rita en K_5 samt två isolerade noder.

c) (1p) Varför kan det aldrig finnas en alternerande stig till en komplett matcning i en bipartit graf. Ge en förklaring!

SVAR: Funnes en alternerande stig skulle matchningen kunna göras större, men en komplett matchning kan ej göras större eftersom alla X-noder är matchade.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Betrakta den bipartita grafen G med nodmängderna $X = \{a, b, c, d\}$ och $Y = \{A, B, C, D\}$ och kanterna

$$E = \{(a, A), (a, B), (b, B), (b, C), (c, C), (c, D), (d, D), (d, B)\}.$$

Bestäm en alternerande stig till matchningen

$$M = \{(a, B), (b, C), (c, D)\}$$

SVAR: Vi börjar i en omatchad X-nod d och går till B som blev matchad med a som inte är matchad med A som slapp vara matchad med någon alls. Uppfyller alla kriterier på en alternerande stig.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En viss given sammanhängande planär graf G har en nod med valens 1, en nod med valens 2, tre noder med valens 3, en nod med valens 4 och två noder med valens 5. Bestäm antalet områden som uppstår vid en plan ritning av G.

(**Anm.** Ytterområdet skall räknas med.)

SVAR: Antal kanter är

$$\frac{1}{2}(1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5) = 13.$$

Eulers polyederformel ger nu att antalet områden är

$$r = e + 2 - v = 13 + 2 - 8 = 7.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Rita en graf med minst 8 noder som har en Eulerkrets men som saknar en Hamiltoncykel.

SVAR: Rita t ex en åtta i vilken du sätter ut en nod i den punkt där åttan skär sig själv, samt övriga sju noder så att varje ögla får minst en nod.