

Skrivningskod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Lösningar till kontrollskrivning 5B, onsdagen den 16 oktober 2008,
09.15–10.15,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) En Hamiltoncykel passerar genom varje nod precis en gång.	x	
b) Det finns träd som saknar noder av valens 1.	x	(x)
c) Den kompletta bipartita grafen $K_{n,m}$ har en Eulerkrets om och endast om talen n och m är jämna.	x	
d) En graf kan ha ett udda antal noder med udda valens		x
e) Det finns sammanhängande grafer med 83 noder och 81 kanter.		x
f) Den kompletta grafen K_6 är ej planär.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Grafen G är acyklisk, har två komponenter med tillsammans 87 noder. Ange antalet kanter som grafen har.

SVAR: 85, (ty grafen är en skog och för varje träd i skogen är antal kanter ett minder än antalet noder i trädet.)

b) (1p) Har grafen med nedanstående grannodtabell en Eulerkrets

1	2	3	4	5	6
2	1	2	3	4	5
6	6	6	6	6	1
	3	4	5	2	
				3	
				4	

SVAR: Nej (ty alla noder har ej jämn valens eftersom valenserna är 2, 3, 3, 3, 2, 5.)

c) (1p) Visa t ex med ett exempel vad som menas med en alternerande stig till en matchning.

SVAR: En alternerande stig till en matchning börjar i en omatchad X -nod och slutar i en omatchad Y -nod samt dessutom gäller att varannan kant i stigen tillhör matchningen.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Bestäm antalet områden som uppstår vid en plan ritning av grafen G om G är sammanhängande, har en nod med valensen 1, en nod med valensen 2, tre noder med valensen 3 och två noder med valensen 4. Ytterområdet skall räknas med.

LÖSNING: Antalet kanter $|E|$ i grafen fås ur formeln $\sum_{v \in V} \delta(v) = 2|E|$ till

$$|E| = \frac{1}{2}(1 + 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4) = 10.$$

Eulers formel $v + r = e + 2$ ger nu att antalet områden r är lika med

$$r = e + 2 - v = 10 + 2 - (1 + 1 + 3 + 2) = 5.$$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm en komplett matchning i den bipartita grafen med noder $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $Y = \{a, b, c, d, e, f\}$ och kanterna

$$E = \{(1, b), (1, c), (1, d), (2, a), (3, b), (4, a), (4, b), (4, e), (5, b), (5, d)\}.$$

LÖSNING: Matchningen $M = \{(1, c), (2, a), (3, b), (4, e), (5, d)\}$, som vi hittade visuellt, uppfyller alla krav på att vara en komplett matchning.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm antalet olika spännande träd till den kompletta bipartita grafen $K_{2,3}$

LÖSNING: Kalla X noderna för x_1, x_2 och Y -noderna för y_1, y_2, y_3 . Totalt finns $2 \cdot 3 = 6$ noder i grafen, eftersom grafen är en komplett bipartit graf. Ett spännande träd skall ha 4 kanter eftersom antalet noder är $2 + 3 = 5$. Två kanter skall alltså tas bort. Vi ser när vi ritat grafen att vi kan inte ta bort de två kanterna som går till noden y_1 , ej heller till noden y_2 och resp y_3 , annars kan vi ta bort vilka som helst två kanter.

Av de 6 kanterna finns totalt $\binom{6}{2} = 15$ urval av två kanter, varav tre sådana val inte ger ett spännande träd när de avlägsnats.

SVAR: 12.