

Skrivningskod:   
Glöm den inte!

Om du vill:   
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik  
Olof Heden

$\Sigma$ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Lösning till kontrollskrivning 5A, 16 oktober 2009, 10.45–11.45,  
i SF1610 Diskret matematik för CINTE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) En skog har alltid färre kanter än noder.	x	
b) En osammanhängande bipartit graf kan aldrig ha en komplett matchning.		x
c) Det finns planära grafer 37 noder och 37 kanter.	x	
d) Varje komplett graf $K_n$ har en Hamiltoncykel.	x	
e) Varje komplett graf $K_n$ har en Eulerkrets.		x
f) En bipartit graf kan ha cykler av udda längd.		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

**2a)** (1p) Om det finnes en graf  $G$  med 36 noder med valens 3 och 11 noder med valens 4, hur många kanter skulle  $G$  då ha?

**SVAR:**  $\frac{1}{2}(36 \cdot 3 + 11 \cdot 4) = 76$ .

**b)** (1p) Rita en graf med 7 noder som inte är planär.

**SVAR:** Rita en  $K_5$  samt två isolerade noder.

**c)** (1p) Varför kan det aldrig finnas en alternerande stig till en komplett matchning i en bipartit graf. Ge en förklaring!

**SVAR:** Funnes en alternerande stig skulle matchningen kunna göras större, men en komplett matchning kan ej göras större eftersom alla  $X$ -noder är matchade.

Namn	poäng uppg.3

**3)** (3p) Betrakta den bipartita grafen  $G$  med nodmängderna  $X = \{a, b, c, d\}$  och  $Y = \{A, B, C, D\}$  och kanterna

$$E = \{(a, A), (a, C), (b, B), (b, C), (c, C), (c, D), (d, D), (d, A)\}.$$

Bestäm en alternerande stig till matchningen

$$M = \{(b, C), (c, D), (d, A)\}$$

**SVAR:** Vi börjar i en omatchad  $X$ -nod  $a$  och går till  $A$  som blev matchad med  $d$  som inte är matchad med  $D$  som råkade bli matchad med  $c$  som ej är matchade med  $C$  som råkade ut för att bli matchad med  $b$  som ej är matchad med  $B$  som slapp vara matchad med någon alls. Uppfyller alla kriterier på en alternerande stig.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En viss given sammanhängande planär graf  $G$  har två noder med valens 2, två noder med valens 3, två noder med valens 4 och två noder med valens 5. Bestäm antalet områden som uppstår vid en plan ritning av  $G$ .

(**Anm.** Ytterområdet skall räknas med.)

**SVAR:** Antal kanter är

$$\frac{1}{2}(2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5) = 14.$$

Eulers polyederformel ger nu att antalet områden är

$$r = e + 2 - v = 14 + 2 - 8 = 8.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Rita en graf med minst 8 noder som har en Eulerkrets men som saknar en Hamiltoncykel.

**SVAR:** Rita t ex en åtta i vilken du sätter ut en nod i den punkt där åttan skär sig själv, samt övriga sju noder så att varje ögla får minst en nod.