Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 3A, on 28 november 2007, 13.15–14.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Mängden av alla permutationer på en mängd bildar en grupp.	x	
b)	Varje grupp har precis ett element av ordning 1.	x	
c)	Gruppen $(Z_{37}, +)$ är en cyklisk grupp	x	
d)	Permutationen (1 2)(1 3)(1 4) är en udda permutation.	x	
e)	I varje grupp G med gruppoperationen $\circ$ gäller att $a \circ b = b \circ a$ för alla element a och b i G.		x
f)	Ingen grupp med 17 element har ett element av ordning fem.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Skriv nedanstående permutation som en produkt av disjunkta cykler:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

SVAR: (1 2 3 5)(6 7)

b) (1p) Fyll i nedastående tabell så att det blir en grupptabell.

$\circ$	a	b	c	d
a	a	b	c	
b		c		
c		d	a	
d				

SVAR:

$\circ$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

c) (1p) Redogör för Lagranges sats.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Finns det ett element x i gruppen $G = (Z_{10}, +)$ sådant att mängden H nedan blir en delgrupp till G

$$H = \{0, 2, 4, x\}$$

.

SVAR: Nej eftersom ingen grupp med 10 element har en delgrupp med fyra element.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm ordningen av följande permutation i S_7:

$$(1\ 2\ 3)(1\ 4\ 5)(1\ 6\ 7).$$

Lösning: Vi skriver först permutationen som en produkt av disjunkta cykler:

$$(1\ 6\ 7\ 4\ 5\ 2\ 3)$$

som ju har ordning 7.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Låt G vara gruppen av inverterbara element i ringen Z_{15}. Är G en cyklisk grupp?

Lösning: Gruppen består av elementen i mängden $G = \{1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14\}$. Vi undersöker nu om något av dessa element genererar G.

$$2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 1,$$

så elementet 2 genererar inte G och ej heller något av elementen 4 eller 8 heller. Nu provar vi med 7:

$$7^2 = 4, \quad 7^3 = 7 \cdot 4 = 13 = -2, \quad 7^4 = 7 \cdot (-2) = -14 = 1.$$

Alltså gäller att elementet 7 inte heller genererar G liksom elementet 13. Vi undersöker nu elementet 11:

$$11^2 = 1.$$

Nej gruppen är inte cyklisk.