Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 1B, on 14 november 2007, 13.15–14.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	153 är ett primtal.		x
b)	Om p är ett primtal och p delar produkten ab så delar p minst ett av de hela talen a och b	x	
c)	Ringen Z_{13} innehåller 11 inverterbara element.		x
d)	$(A \cap B)^C \cap (A^C \cup B^C) = \emptyset$.		x
e)	Varje **injektion** $f : \{1, 2, 4\} \to \{2, 4, 6\}$ är också en **bijektion**.	x	
f)	De rationella talen är inte en uppräknelig mängd.		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $A = \{\emptyset, 1\}$ och $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ange antalet element i $A \times B$.

SVAR: 4

b) (1p) Ange ett element x i ringen Z_9 sådant att $x + 7 = 5$.

SVAR: 7

c) (1p) Ange en surjektiv funktion från $A = \{a, b, c, d\}$ till $B = \{a, b, c\}$.

SVAR: $f(a) = a, f(b) = b, f(c) = c, f(d) = c$.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Avgör om 32 är **inverterbart** i $\mathbb{Z}_{149}$. Om det är det, bestäm inversen.

LÖSNING: Euklides algoritm ger

$$\begin{aligned} 149 &= 5 \cdot 32 - 11 \\ 32 &= 3 \cdot 11 - 1 \end{aligned}$$

Vi ser att 32 är relativt primt till 149 och därfär inverterbart. Räkningarna ovan ger nu

$$1 = 3 \cdot 11 - 32 = 3(5 \cdot 32 - 149) - 32 = 14 \cdot 32 - 3 \cdot 149,$$

dvs

$$1 = 14 \cdot 32 - 3 \cdot 149.$$

Vi räknar nu modulo 149 och från ovan får vi

$$14 \cdot 32 \equiv 1 \pmod{149}.$$

SVAR: 14

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Visa att relationen R definierad genom att aRb om 7 delar $a-b$ är en ekvivalensrelation på mängden av hela tal.

LÖSNING:

(i) 5 delar talet 0 så 7 delar $a-a$ för alla a, dvs aRa för alla a. Vi har nu visat

$$aRa \quad \text{för alla} \quad a.$$

(ii) Om aRb så gäller att 7delar $a-b$ dvs $a-b=k\cdot 7$ men då gäller också att 7 delar $b-a$ eftersom $b-a=(-k)\cdot 7$. Vi har nu visat

$$aRb \quad \Rightarrow \quad bRa.$$

(iii) Om aRb och bRc så gäller att 7 delar $a-b$ dvs $a-b=k\cdot 7$ och 7 delar $b-c$ dvs $b-c=k'\cdot 7$ men då gäller också att 7 delar $a-c$ eftersom $a-c=(k+k')\cdot 7$. Vi har nu visat

$$aRb \quad \text{och} \quad bRc \quad \Rightarrow \quad aRc.$$

Egenskaperna $(i),(ii)$ och (iii) visar att R är en ekvivalensrelation.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm den minsta positiva resten vid division av talet 35^{122} med 17.

LÖSNING: Då $35 \equiv 1 \pmod{17}$ får vi att

$$35^{122} \equiv_{17} 1^{122} \equiv_{17} 1.$$