

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 9 februari 2010, kl 15.15-15.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. I ett ON-system har punkten P koordinaterna $(0, 1, 1)$, punkten Q koordinaterna $(1, 2, 3)$ och punkten R koordinaterna $(2, 1, 0)$. Undersök om vektorerna \overline{PQ} och \overline{PR} bildar rät vinkel med varandra.

LÖSNING: Då $\overline{PQ} = (1, 2, 3) - (0, 1, 1) = (1, 1, 2)$ och $\overline{PR} = (2, 1, 0) - (0, 1, 1) = (2, 0, -1)$ finner vi att

$$\overline{PQ} \cdot \overline{PR} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) = 0,$$

och således att \overline{PQ} och \overline{PR} bildar en rät vinkel med varandra.

2. I ett ON-system är planet π definerat genom att $(1, 1, 1)$ är en normalvektor till π och att origo tillhör planet π . Avgör om det går att bestämma talet a så att linjen genom punkterna $(1, 2, 3)$ och (a, a, a) inte skär planet, dvs är parallellt med planet. Bestäm i så fall också talet a .

LÖSNING: Planets ekvation är $x + y + z = 0$, så punkten $(1, 2, 3)$ tillhör inte planet. Linjens riktningsvektor ges av vektorn $(a, a, a) - (1, 2, 3)$, dvs $(a - 1, a - 2, a - 3)$ och linjen kommer inte att skära planet om denna riktningsvektor är parallell med planet dvs vinkelrät mot planets normal, dvs om $(1, 1, 1) \cdot (a - 1, a - 2, a - 3) = 0$. Krav på a är alltså

$$1 \cdot (a - 1) + 1 \cdot (a - 2) + 1 \cdot (a - 3) = 0,$$

dvs $3a - 6 = 0$. Om $a = 2$ skär den givna linjen ej planet.