

Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till lappskrivning nummer 1B till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 4 februari 2010, kl 08.15-08.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Låt \mathbf{A} och \mathbf{B} vara matriser enligt nedan. Bestäm en matris \mathbf{X} sådan att $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

LÖSNING: Inverterar matrisen \mathbf{A} :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Inversen till \mathbf{A} sys till höger i tablån ovan. Vi multiplicerar med denna invers på båda sidor om likhetstecknet och till vänster om matriserna och får då

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Betrakta ett ekvationssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, där $\mathbf{x} = (x \ y \ z)^T$. Du får nu reda på att $\mathbf{x} = (1 \ 1 \ 2)^T$ och $\mathbf{x} = (2 \ 1 \ 0)^T$ är lösningar till systemet. Du skall med motivering svara på frågan om denna information räcker för att avgöra om även $\mathbf{x} = (3 \ 1 \ -2)^T$ är en lösning till ekvationssystemet.

LÖSNING: Skillnaden mellan två lösningar till ett givet ekvationssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ är alltid en lösning till motsvarande homogena system $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$, och således är $(2 \ 1 \ 0)^T - (1 \ 1 \ 2)^T = (1 \ 0 \ -2)^T$ en lösning till det homogena systemet. Då vet vi att även $(2 \ 1 \ 0)^T + (1 \ 0 \ -2)^T$ är en lösning till det givna systemet, dvs $(3 \ 1 \ -2)^T$ är en lösning.

SVAR: Det gick att avgöra frågan och svaret är ja och motiveringen står ovan.