Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 5B, onsdagen den 12 december 2007, 13.15–14.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Varje träd är sammanhängande.	x	
b)	En graf är sammanhängande om den saknar cykler.		x
c)	Om en graf har en Eulerväg, men ingen Eulercykel, så kan den inte ha en Hamiltoncykel.		x
d)	Den kompletta bipartita grafen $K_{4,3}$ är ej planär.	x	
e)	Alternerande stigar till en matchning M börjar och slutar i matchade noder.		x
f)	Varje sammanhängande graf har ett spännande träd.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Rita den kompletta grafen K_5.

SVAR: Fem noder och en kant mellan varje par av noder

b) (1p) Kan man ta bort kanter, men bibehålla alla noder i den kompletta bipartita grafen $K_{3,3}$ så att den blir isomorf med grafen med fem noder som bara består av en enda cykel, dvs grafen C_6?

SVAR: Ja

c) (1p) Formulera Halls bröllopssats.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Bestäm antalet komponenter en planär graf har om antalet kanter är 20, antalet noder är 16 och antalet områden är 9.

LÖSNING: Använder formeln

$$v + r = e + 1 + c,$$

där c är antalet komponenter. Detta ger att

$$16 + 9 = 20 + 1 + c,$$

varur vi får svaret

SVAR: 4.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Avgör om det finns något träd med totalt 19 noder varav 7 har valensen 1, 7 har valensen 2 och resterande 5 noder har valensen 3.

LÖSNING: Använder formeln

$$\sum_{v \in V} \delta(v) = 2 \cdot |E|,$$

där V betecknar nodmängden och E kantmängden. Detta ger att

$$|E| = \frac{1}{2}(7 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 5 \cdot 3) = 18,$$

och vi kan inte utesluta möjligheten av ett träd eftersom $|E| = |V| - 1$ gäller. Detta träd är sedan lätt att rita.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Rita en graf med 12 noder varav sex har valensen 3 och resterande sex noder har valensen två och som är sådan att den både har en Hamiltoncykel och en Eulercykel.

Utgick ty felformulerat