

Skrivningskod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik
Olof Heden

| Σ p | G/U | bonus |
|------------|-----|-------|
| | | |

| Efternamn | förnamn | pnr | årskurs |
|-----------|---------|-----|---------|
| | | | |

**Kontrollskrivning 4A, onsdagen den 5 december 2007, 13.15–14.15,
i SF1610 Diskret matematik för IT2.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

- a) Avståndet i en 3-felsrättande kod är alltid minst 7.
- b) Ett RSA-krypto kan ha $n = 23$.
- c) I en Boolesk algebra gäller allmänt att $a + \bar{a} = 1$
- d) Det Booleska uttrycket $x\bar{y}z + x\bar{y}z$ i de tre variablerna x , y och z , är skrivet på minimal disjunktiv form.
- e) I ett RSA-krypto med $n = 35$ kan e vara lika med 6.
- f) Det finns linjära koder med 15 element.

| sant | falskt |
|------|--------|
| x | |
| | x |
| x | |
| | x |
| | x |
| | x |

| |
|-----------------|
| poäng uppg.1 |
| |

| Namn | poäng uppg.2 |
|------|-----------------|
| | |

2a) (1p) En 1-felsrättande kod har kontrollmatrisen (parity check-matrisen)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Rätta ordet 11111.

SVAR: 11110

b) (1p) Ett RSA-krypto har $n = 143$. Välj lämpliga nycklar e och d .

SVAR: e och d skall uppfylla $e \cdot d \equiv 1 \pmod{10 \cdot 12}$ så t ex $e = 11$ och $d = 11$

c) (1p) Ange antalet Booleska funktioner i de tre variablerna x , y och z .

SVAR: $2^8 = 256$.

| | |
|------|-----------------|
| Namn | poäng uppg.3 |
| | |

3) (3p) Skriv den Booleska funktionen $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} + \bar{x}w$ på en minimal disjunktiv form.

LÖSNING man ritat ett karnaugh diagram och ser då att en minimal disjunktiv form är $\bar{x}\bar{y}z + \bar{x}w$.

| | |
|------|-----------------|
| Namn | poäng uppg.4 |
| | |

4) (3p) I ett RSA-krypto är $n = 15$ och $e = 5$. Dekryptera meddelandet 2, dvs bestäm $D(2)$.

LÖSNING $n = 3 \cdot 5$ ger $m = 2 \cdot 4 = 8$. Då $5 \cdot 5 \equiv 1 \pmod{m}$ har vi att $d = 5$. Så $D(2) = 2^5 = 32 \equiv 2 \pmod{15}$.

| | |
|------|-----------------|
| Namn | poäng uppg.5 |
| | |

5) (3p) Konstruera en 1-felsrättande kod bestående av 32 ord och med så kort ordlängd som möjligt.

LÖSNING Antalet ord i koden är 2 upphöjt till antalet kolonner i kontrollmatrisen minus antalet rader. Denna skillnad måste vara precis 5 om antalet ord i koden skall vara 32. Och kolonnerna skall vara olika. Med ordlängd 8 skulle antalet rader vara 3 men det finns högst 7 olika kolonner av höjd 3. Men med nio fungerar det. T ex kan vi ha kontrollmatrisen

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$