

## Extra uppgifter inför kontrollskrivning 2

1. Bestäm, samtliga värden på det reella talet  $a \in \mathbf{R}$  för vilka det homogena systemet nedan har icke-triviala lösningar.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + ay + a^2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \end{cases}$$

2. Bestäm alla reella tal  $x \in \mathbf{R}$  sådana att

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

3. Låt  $A$  vara matrisen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & 357 \\ 0 & 2 & 84 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Beräkna  $\det(AA^T)$ . Formeln  $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ , som bevisas senare i kursen, får användas.

4. Låt

$$A = \begin{pmatrix} k-2 & 0 & 6 \\ -1 & 4 & k+3 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestäm om  $A$  är inverterbar.  
 (b) Beräkna inversen när matrisen är inverterbar.
5. En triangel har hörn i punkterna  $(1, 2, 1)$ ,  $(-1, 3, 0)$  och  $(1, 1, 1)$ . Bestäm cosinus för samtliga vinklar i triangeln samt triangelns area och omkrets.
6. Låt  $A, B, C, D$  vara distinkta punkter i planet och låt  $P, Q, R$  vara midpunkterna av respektive  $AB, CD, PQ$ . Visa att:

$$\vec{RA} + \vec{RB} + \vec{RC} + \vec{RD} = \vec{0}.$$