Matematiska Institutionen
KTH

1. Betrakta R^4 med den inre produkten
$$< (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid (y_1, y_2, y_3, y_4) >= x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4.$$
Bestäm en ortogonalbas till $L = span\{(1,1,2,1),(2,1,-1,-2),(1,1,1,1)\}$ samt utvidga denna bas till en ortogonalbas för hela R^4. Använd sedan den ortogonalbas du fann för L för attt bestämma ortogonala projektionen av vektorn $(1,2,1,1)$ på L.

2. Betrakar R^3. Visa att produktbildningen
$$< (x_1, x_2, x_3) \mid (y_1, y_2, y_3) >= x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2 + 7x_3y_3$$
inte är någon inre produkt på R^3.

3. Lös i minstakvadratmening följande system
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

4. Betrakta R^4. Bestäm (ortogonala) projektionen av vektorn $(1,2,2,3)$ på delrummet
$$span\{(1,2,1,2),(1,1,2,2)\}$$
till R^4. (Standardskalärprodukt.)

5. Undersök om det finns tal a, b och c så att nedanstående matris blir en ortogonalmatris:
$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & a & a \\ 3/\sqrt{14} & -1/\sqrt{14} & b \\ -1/\sqrt{42} & c & -4/\sqrt{42} \end{pmatrix}$$

6. Betrakta R^3. Vektorerna $\bar{u} = (1,2,1)$, $\bar{v} = (1,1,1)$ och $\bar{w} = (2,1,0)$ har i en bas $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$, $\bar{f}_3$ koordinaterna $\bar{u} = (1,1,1)_f$, $\bar{v} = (1,0,1)_f$ och $\bar{w} = (0,1,1)_f$. Bestäm basvektorerna $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$, $\bar{f}_3$.

7. Bestäm ortogonala komplementet till lösningsrummet till följande system:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

8. Låt P_2 vara rummet av polynom av grad högst två och med den inre produkten
$$< p(t), q(t) >= \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$
Bestäm en ortogonal bas i P_2.