

projicerar nu vektorn $\bar{u} = (1, 2, 1, 1)$ på L och använder därvid projektionsle

$$\begin{aligned} \text{proj}_L(\bar{u}) &= \frac{\langle \bar{u} | \bar{e}_1 \rangle}{\|\bar{e}_1\|^2} \bar{e}_1 + \frac{\langle \bar{u} | \bar{e}_2 \rangle}{\|\bar{e}_2\|^2} \bar{e}_2 + \frac{\langle \bar{u} | \bar{e}_3 \rangle}{\|\bar{e}_3\|^2} \bar{e}_3 = \\ &= \frac{1}{10}(2, 1, -1, -2) + \frac{5}{4}(1, 1, 1, 1) + \frac{-3}{260}(-1, -3, 13, -9) = \\ &= \frac{26}{260}(2, 1, -1, -2) + \frac{325}{260}(1, 1, 1, 1) + \frac{-3}{260}(-1, -3, 13, -9) = \\ &= \frac{1}{260}(380, 360, 260, 300) = \frac{1}{13}(19, 18, 13, 15). \end{aligned}$$

komplettera med en fjärde vektor till en ortogonalbas för R^4 väljer vi

$$\bar{e}_4 = \bar{u} - \text{proj}_L(\bar{u}) = (1, 2, 1, 1) - \frac{1}{13}(19, 18, 13, 15) = \frac{1}{13}(-6, 8, 0, -2)$$

skal vi skalarsar denna vektor genom att multiplicera med 13.

En ortogonal bas för R^4 med givna egenskaper ges av vektorerna $\bar{e}_1 = (2, 1, 1, 1)$, $\bar{e}_3 = (-1, -3, 13, -9)$ och $\bar{e}_4 = (-6, 8, 0, -2)$.

Att $\langle (1, -1, 0) | (1, -1, 0) \rangle = 0$ vilket strider mot att $\langle \bar{u} | \bar{u} \rangle \geq 0$ för alla vektorer med likhet precis då $\bar{u} = \bar{0}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$