1. Undersök om det finns några värden på talet a för vilka de fyra vektorerna $(1,2,1,3)$, $(1,0,-1,2)$, $(1,1,1,1)$ och $(2,a,a,2a)$ blir linjärt oberoende i R^4.

2. Undersök om vektorn $(1,2,1,2)$ tillhör
$$span\{(1,2,3,4),(1,0,1,-1),(2,1,1,0)\}.$$

3. Bestäm dimension och ange en bas för det minsta delrum till R^5 som innehåller vektorerna $(1,2,1,2,1)$, $(3,2,1,1,3)$, $(-1,-1,2,1,1)$ och $(3,3,4,4,5)$.

4. Visa att de vektorer (x_1,x_2,x_3,x_4) i R^4 som satisfierar ekvationen
$$x_1+2x_2+x_3-2x_4=0$$
bildar ett delrum L_1 till R^4. Bestäm en bas för detta delrum och ange dess dimension.

5. Låt L_2 vara det delrum till R^4 som består av de vektorer (x_1,x_2,x_3,x_4) sådana att
$$x_1+x_2+x_3-x_4=0.$$
Låt L_1 vara som i föregående uppgift. Då gäller att de vektorer som tillhör både L_1 och L_2 bildar ett delrum till R^4. Bestäm dimension och en bas för detta delrum.

6. Bestäm baser för kolonnrummet, radrummet och nollrummet till nedanstående matris:
$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$
Ange också matrisens rang.

7. Visa att vektorerna $(1,1,1,1)$, $(1,1,-1,-1)$, $(1,-1,1,-1)$ och $(1,-1,-1,1)$ bildar en bas för R^4 och bestäm sedan koordinmaterna fór vektorn $(1,2,3,4)$ i denna bas.

8. Visa att de tre vektorerna $\bar{e}_1=(1,2,-2,1)$, $\bar{e}_2=(2,1,3,1)$ och $\bar{e}_3=(1,3,4,1)$ är linjärt oberoende i R^5 och komplettera sedan med en vektor $\bar{e}_4$ så att $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ och $\bar{e}_4$ bildar en bas för R^4.

9. Bestäm snittet mellan de bägge linjära höljena V_1 och V_2 nedan, dvs bestäm samtliga vektorer som tillhör både V_1 och V_2:
$$\begin{aligned} V_1 &= span\{(1,2,3,2,1),(2,1,0,1,-1),(0,1,1,1,1)\}, \\ V_2 &= span\{(2,1,3,1,1),(0,2,3,1,2),(1,1,1,1,0)\} \end{aligned}.$$

10. Visa att funktionerna $f(t)=1+t+t^2$, $g(t)=\sin(t)$ och $h(t)=e^t$ är linjärt oberoende i rummet av all funktioner som är kontinuerliga på intervallet $(-\infty,\infty)$.

11. Komplettera polynomen $1-t^2$, $2t-t^3$, $1+t+t^2+t^3$ med ett polynom så att en bas för rummet av polynom av grad högst tre erhålles.