

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till modellappskrivning nummer 1 till kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, vt08. Skrivtid 20 minuter.

Namn:

Resultat:

Godkänd lösning ger en bonuspoäng till tentan.

OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivs på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem

Lös rekursionsekvationen

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1 \quad \text{och} \quad a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad \text{för} \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Lösning: Rekursionsekvationens karakteristiska ekvation $r^2 = r + 6$ har de bägge rötterna $r = -2$ och $r = 3$. En allmän lösning till rekursionsekvationen är då

$$a_n = A(-2)^n + B3^n.$$

Anpassning till begynnelsevärdena ger då

$$a_0 = 1 = A(-2)^0 + B3^0 = A + B \quad \text{och} \quad a_1 = 1 = A(-2)^1 + B3^1 = -2A + 3B.$$

Detta linjära ekvationssystem för A och B ger med sedvanlig Gausselimination att $B = 3/5$ och $A = 2/5$. Alltså

Svar: $a_n = \frac{2}{5}(-2)^n + \frac{3}{5}3^n.$