

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 1B till kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 5 februari 2008.

Namn:

Resultat:

Godkänd lösning ger en bonuspoäng till tentan.

OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem

Lös rekursionsekvationen

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2} \quad \text{för} \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Lösning: Rekursionsekvationens karakteristiska ekvation $r^2 = 4r - 3$ har de bägge rötterna $r = 1$ och $r = 3$. En allmän lösning till rekursionsekvationen är då

$$a_n = A1^n + B3^n.$$

Anpassning till begynnelsevärdena ger

$$a_0 = 1 = A1^0 + B3^0 = A + B \quad \text{och} \quad a_1 = 4 = A1^1 + B3^1 = A + 3B.$$

Detta linjära ekvationssystem för A och B ger med sedvanlig Gausselimination att $B = 3/2$ och $A = -1/2$. Alltså

$$\mathbf{Svar:} \quad a_n = (-1/2)1^n + 3/2 \cdot 2^n.$$