Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 1A till kursen Diskret matematik för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 5 februari 2008..

Namn:

Resultat:

Godkänd lösning ger en bonuspoäng till tentan.

OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem

Lös rekursionsekvationen

$$a_0 = 1, \qquad a_1 = 3 \qquad \text{och} \qquad a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad \text{för} \quad n = 2, 3, 4, \ldots$$

Lösning: Rekursionsekvationens karakteristiska ekvation $r^2 = 3r - 2$ har de bägge rötterna $r = 1$ och $r = 2$. En allmän lösning till rekursionsekvationen är då

$$a_n = A1^n + B2^n.$$

Anpassning till begynnelsevärdena ger

$$a_0 = 1 = A1^0 + B2^0 = A + B \qquad \text{och} \qquad a_1 = 3 = A1^1 + B2^1 = A + 2B.$$

Detta linjära ekvationssystem för A och B ger med sedvanlig Gausselimination att $B = 2$ och $A = -1$. Alltså

Svar: $a_n = (-1)1^n + 2 \cdot 2^n$.