Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

Tentamensskrivning, Matematik II för Media, SF1609

Tisdagen den 26 augusti 2008, kl 14.00-19.00.

Preliminära betygsgränser för E, D, C, B och A är 18, 22, 26, 32 och 36 poäng.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

. . . .

1. Låt $f(x,y) = x^3 e^{-y}$. Beräkna riktningsderivatan av f i punkten $(1,0)$ i riktningen mot punkten $(0,2)$. (3p)

2. En linjär avbildning $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definieras genom $T(x,y) = (x-y, 7x+y)$.
a) Bestäm T :s matris i standardbasen.
b) Bestäm T :s matris i basen $\{(1,2),(1,-1)\}$. (3p)

3. Avgör om linjerna

$$l_1 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 2\,t \end{cases} \qquad \text{och} \qquad l_2 : \begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2-t \end{cases}$$

skär varandra. (3p)

4. Undersök om vektorerna $(1,0,-1,2), (1,1,-4,10), (-1,1,-2,6)$ i $\mathbf{R}^4$ är linjärt oberoende eller linjärt beroende. (4p)

5. Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $f(x,y) = xy^2$ antar i området $0 \le x \le 1-y^2$. (4p)

6. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x+y+z = 3 \\ x+3z = 1 \\ 2x+y+3az = 3a \end{cases}$$

för varje värde på konstanten a. (4p)

v.g. vänd

7. Beräkna $\operatorname{grad} g\,(1,-1)$ om $g(x,y) = f(\frac{1}{x} + y, x + \frac{1}{y})$, där $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ har kontinuerliga partiella derivator, $D_1 f(0,0) = 2$ och $D_2 f(0,0) = -3$. (4p)

8. Sök de kritiska (=stationära) punkterna till funktionen

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - (x-y)^2$$

och undersök om de är lokala extrempunkter. (5p)

9. a) Har hyperboloiden $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ tangentplan som är parallellt (eller parallella) med planet $5x + 5y + z + 7 = 0$?
b) Är planet i a) hyperboloidens tangentplan? (5p)

10. Låt A vara matrisen som motsvarar spegling i planet $x - y = 0$.
a) Visa 1 och -1 är egenvärden av A.
b) Bestäm en diagonalmatris D och en inverterbar matris P så att $P^{-1}AP = D$. (5p)