KTH Matematik

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

SF1545, Kontrollskrivning i Numeriska Metoder
Tisdagen den 16:e december 2014 kl 13.15–15.00

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng)

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på detta papper.

Bonus. Ange dina bonuspoäng här:

1. (2p) Matlabkoden

```
x=1;
for n=1:5
    x=0.75/(1+x);
end
display(x)
```

ger utskriften x som är närmast

☐ 1	☐ ∞
☐ 2	☐ 0
☐ $\sqrt{2}$	☒ $\frac{1}{2}$
☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$	☐ $\frac{1}{4}$

2. (2p) Två steg med explicita Eulermetoden och tidsteget $\Delta t = 0.1$ tillämpat på ekvationen

$$\frac{dy(t)}{dt} = 1 + y(t), \quad t > 0,$$
$$y(0) = 0,$$

ger $y(0.2)$ approximationen

- [x] 0.21
- [ ] 0.10
- [ ] 0.20
- [ ] 0.09
- [ ] 0.11
- [ ] 0.19
- [ ] något annat

3. (2p) Ett steg med Newtons metod för att lösa den ickelinjära ekvationen $x - 1/(x^2 + 1) = 0$ och startvärdet $x = 1$ ger nästa iterationsvärde närmast

- [x] 2/3
- [ ] 1/2
- [ ] 3/2
- [ ] 4/5
- [ ] 5/4
- [ ] 4/3
- [ ] 1/4
- [ ] 3/4

4. (2p) Trapetsmetoden med tre lika stora intervall ger integralen $\int_0^3 \frac{dx}{x^2+1}$ approximationen

- [ ] 4/5
- [x] 5/4
- [ ] 1/2
- [ ] 1
- [ ] 3/4
- [ ] 4/3
- [ ] 1/4
- [ ] 3/2

5. (2p) Om $x \in \mathbb{R}^3$ och $\|x\|_\infty = 0.2$ (där $\|y\|_\infty = \max(|y_1|, |y_2|, |y_3|)$) och

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

så är $\|Ax\|_\infty$ högst

- [ ] 0.12
- [ ] 1.2
- [ ] 0.14
- [ ] 0.16
- [ ] 1.4
- [ ] 0.012
- [ ] 0.1
- [x] 1.6

6 (2p) Matlabkoden

```
N=100;
dx=1/(N+1);

A=zeros(N,N);
u=zeros(N,1);
b=-ones(N,1);

for n=2:N-1
    A(n,n)=-2/dx^2;
    A(n,n-1)=1/dx^2;
    A(n,n+1)=1/dx^2;
end
A(1,1)=-2/dx^2;
A(1,2)=1/dx^2;
A(N,N)=-2/dx^2;
A(N,N-1)=1/dx^2;

u=A\b;
plot(u)
```

ger en approximation till

- ☐ värmeledningsekvationen $\partial u(x,t)/\partial t = \partial^2 u(x,t)/\partial x^2$
- ☒ randvärdeproblemet $\partial^2 u(x)/\partial x^2 = -1,\ u(0) = u(1) = 0$
- ☐ begynnelsevärdesproblemet $\partial u(x)/\partial x = -1,\ u(0) = 0$
- ☐ begynnelsevärdesproblemet $\partial^2 u(x)/\partial x^2 = -1,\ u(0) = u'(0) = 0$
- ☐ begynnelsevärdesproblemet $\partial^2 u(x)/\partial x^2 = 1,\ u(0) = u'(0) = 0$
- ☐ något annat
- ☐ randvärdeproblemet $\partial^2 u(x)/\partial x^2 = 1,\ u(0) = u(1) = 0$

7. (2p) Monte Carlometoden $\sum_{n=1}^{N}(X_n + X_n^2)/N$, där $X_n,\ n = 1,2,3,\ldots,N$ är oberoende och likformigt fördelade stokastiska variabler på intervallet $[0,1]$, ger för stora N en approximation som är närmast

☒ 5/6	☐ 5/4
☐ 6/5	☐ 3/4
☐ 4/5	☐ 4/3

8. (2p) Minsta kvadratanpassing till modellen $y = a + b/x^2$ av mätdata $(x_i, y_i),\ i = 1, 2, 3$, givna av tabellen

x	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{2}$	1
y	3	2	2

ger värdet av b närmast

- [ ] 1/3
- [x] 1/2
- [ ] 1/4
- [ ] 3/4
- [ ] 2/3
- [ ] 4/3
- [ ] 3/2
- [ ] 4/5

9. (2p) Styckvis linjär interpolation baserat på funktionsvärdena i tabellen

x	1.1	1.2	1.4	1.8
y	3.0	3.3	4.0	6.0

ger $y(1.25)$ approximationen närmast

- [ ] 1. 3
- [ ] 3.2
- [ ] 1.5
- [ ] 3.3
- [x] 3.5
- [ ] 4.5
- [ ] 3.6
- [ ] 1.8

10. (2p) Antag att radien i en cirkel har 0.3% relativt fel. Välj det alternativ som bäst approximerar det maximala relativa felet för cirkels area

- [ ] 0.3%
- [ ] 0.1%
- [x] 0.6%
- [ ] 3%
- [ ] 1%
- [ ] 6%