KTH Matematik

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

SF1545, Kontrollskrivning i Numeriska Metoder
Torsdagen den 19:e december 2013 kl 13.15–15.00

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng)

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på detta papper.

Bonus. Ange dina bonuspoäng här:

1. (2p) Ett steg med Newtons metod för ekvationen $x^3 - 3 = 0$ och startvärdet $x = 1$ ger nästa iterationsvärde

- ☐ 5/4
- ☐ 3/2
- ☒ 5/3
- ☐ 4/3
- ☐ 7/5
- ☐ 6/5
- ☐ något annat

2. (2p) Fixpunktiterationerna $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{1}{x_n}$ kan användas för att approximera $\sqrt{2}$

- ☒ rätt
- ☐ fel

3. (2p) Minstakvadratanpassning $y = a + bx + cx^2$ till sex punkter (x_i, y_i) $i = 1, \ldots 6$ med normalekvationen ger ett linjärt ekvationssystem med en matris som har dimensionen

- [x] 3×3
- [ ] 6×2
- [ ] 6×6
- [ ] 2×2
- [ ] 2×3
- [ ] 6×3
- [ ] 3×2
- [ ] 3×6
- [ ] 2×6
- [ ] något annat

4a. (1p) Konditionstalet i maximumnorm för att bestämma lösningen $x \in \mathbb{R}^n$ av ett linjärt ekvationssystem $Ax = b$ med störning i data $b \in \mathbb{R}^n$ bestäms av

- [ ] $\|A^T A\|_\infty$
- [ ] $\|A\|_\infty$
- [ ] $\|A^T A\|_\infty \|(A^T A)^{-1}\|_\infty$
- [ ] $\|A^{-1}\|_\infty$
- [x] $\|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$
- [ ] $\|A^T A(A^T A)^{-1}\|_\infty$

4b. (1p) Om $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ är matrisnormen $\|A\|_\infty = \sup_x \frac{|Ax|_\infty}{|x|_\infty}$ lika med

- [ ] 1
- [ ] 5
- [ ] 2
- [x] 6
- [ ] 3
- [ ] 7
- [ ] 4
- [ ] något annat

5. (3p) Integralen $\int_0^1 x^2 dx$ approximerad med trapetsmetoden för två intervall ger värdet

- [ ] 1/3
- [ ] 1/4
- [x] 3/8
- [ ] 3/4
- [ ] 1/2
- [ ] 5/8
- [ ] 1
- [ ] något annat

6. (2p) Ett steg med Eulermetoden för approximation av $y(1.1)$, där $y'(t) = ty(t)$ och $y(1) = 2$, ger värdet

- ☐ 2.0
- ☐ 2.1
- ☒ 2.2
- ☐ 2.3
- ☐ 2.4
- ☐ 2.5
- ☐ 2.6
- ☐ något annat

7. (2p) Tabellen

t	0.61	0.62	0.63	0.64
f	0.3721	0.3844	0.3969	0.4096

ger en approximation till derivatan $f'(0.63)$ som är närmast

- ☐ 2.37
- ☐ 5.69
- ☐ 0.12
- ☐ 3.41
- ☐ 4.17
- ☒ 1.26

8. (2p) Antag att funktionen $y : [3, 8] \to \mathbb{R}$ har värdena $y(3) = 5$ och $y(8) = 10$. Linjär interpolation ger $y(6)$ approximationen

- ☐ 7.8
- ☒ 8.0
- ☐ 8.2
- ☐ 8.4
- ☐ 8.6
- ☐ 8.8
- ☐ något annat

9. (3p) Givet är följande tabell:

x	$1/3$	$1/2$	1
y	7	5	4

Anpassa modellen $y = a + \frac{b}{x}$ med minsta kvadratmetoden, och bestäm a och b.

(2p) Värdet av a blir

- [ ] $2/3$
- [ ] 1
- [ ] $4/3$
- [ ] $5/3$
- [ ] $6/3$
- [x] $7/3$
- [ ] något annat

(1p) Uttrycket som minimeras av metoden är

- [x] $\sum_i (a + b/x_i - y_i)^2$
- [ ] $\sum_i (a + b/x_i)^2$
- [ ] $\sum_i (a + b/y_i - x_i)^2$
- [ ] $\sum_i (a + bx_i - y_i)^2$
- [ ] $\sum_i (a + b(y_i - x_i))^2$
- [ ] $\sum_i (a \cdot y_i b \cdot x_i)^2$
- [ ] något annat